

Disciplina: Bifurcação com Simetria

Mestrado em Matemática Aplicada
Departamento de Matemática Aplicada
Faculdade de Ciências
Universidade do Porto

Ano lectivo: 2002/2003. 2o. trimestre.

Horário: 2as e 5as, 17h-19h10m.

Aula no. 1

Data: 27.01.2003

Sumário: Introdução ao programa da disciplina. Teoria de grupos: breve referência a grupos de Lie.

Aula no. 2

Data: 30.01.2003

Sumário: Representações e acções lineares de grupos de Lie. Alguns exemplos. Integração invariante. Noção de integral de Haar. Identificação de grupos de Lie compactos em $\mathbf{GL}(n)$ com subgrupos fechados do grupo ortogonal $\mathbf{O}(n)$. Irreducibilidade: conceitos de subespaço vectorial de \mathbf{R}^n invariante por um grupo de Lie compacto e de subespaço irreductível.

Aula no. 3

Data: 03.02.2003

Sumário: Teorema da reducibilidade completa (qualquer representação de um grupo de Lie compacto pode ser decomposta numa soma directa de representações irreductíveis). Aplicações lineares simétricas e irreducibilidade absoluta. Definição de função equivariante por um grupo Γ compacto com acção linear em \mathbf{R}^n . Conceito de representação absolutamente irreductível. Irreducibilidade das acções absolutamente irreductíveis de um grupo de Lie compacto.

Aula no. 4

Data: 06.02.2003

Sumário: Teoria invariante. Definição de função polinomial real invariante por um grupo Γ compacto com acção linear em $V = \mathbf{R}^n$. O espaço vectorial real de todos os polinómios invariantes de V em \mathbf{R} forma um anel (para as operações usuais de soma e multiplicação de polinómios). Noção de

base de Hilbert. Teorema de Hilbert-Weyl. Exemplos. Funções (não-lineares) equivariantes. O espaço vectorial das funções de componentes polinomiais de \mathbf{R}^n em \mathbf{R}^n que são equivariantes por Γ formam um módulo sobre o anel dos polinómios invariantes por Γ . Geradores deste módulo sobre o respectivo anel. Versão equivariante do teorema de Hilbert-Weyl. Exemplos.

Aula no. 5

Data: 10.02.2003

Sumário:

Definição de série de Hilbert para o anel dos polinómios invariantes por Γ . Teorema de Molien. Exemplos. Breve referência a aplicações deste teorema em teoria invariante. Conceito de órbita e de subgrupo de isotropia. Pontos na mesma órbita por Γ têm subgrupos de isotropia conjugados. Exemplos.

Aula no. 6

Data: 13.02.2003

Sumário: Conceito de subespaço de pontos fixos de um subgrupo Σ de Γ . Invariância de funções equivariantes por Γ por subespaços de pontos fixos. Algumas consequências.

Aula no. 7

Data: 17.02.2003

Sumário: Definição de problema de bifurcação com simetria Γ . Conceito de genericidade. Lema equivariante dos ramos e demonstração.

Aula no. 8

Data: 20.02.2003

Sumário: Estabilidade assintótica orbital de pontos de equilíbrio de equações diferenciais ordinárias. Conceitos de estabilidade, estabilidade assintótica e estabilidade assintótica orbital. Referência ao resultado de que a estabilidade (orbital) linear implica a estabilidade (orbital) assintótica. Algumas consequências que advêm da simetria de um campo de vectores g equivariante por um grupo de simetria Γ úteis no cálculo de $(dg)_{x_0}$, em que x_0 é um ponto de equilíbrio de g : restrições de isotropia Σ_{x_0} ; o espaço tangente à órbita de x_0 por Γ em x_0 está contido no núcleo de $(dg)_{x_0}$. Exemplos. Resolução de exercícios.

Aula no. 9**Data: 24.02.2003**

Sumário: Instabilidade das soluções provenientes do lema equivariante dos ramos quando o campo de vectores em questão apresenta equivariantes de grau dois (e mais algumas hipóteses adicionais).

Aula no. 10**Data: 27.02.2003**

Sumário: Perda de simetria em problemas de bifurcação com simetria D_n (acção usual em C): aplicação de toda a teoria vista no curso.

Aula no. 11**Data: 06.03.2002**

Sumário: Perda de simetria em problemas de bifurcação com simetria D_n (acção usual em C) – continuação. Resolução de exercícios.

Aula no. 12**Data: 10.03.2003**

Sumário: Alguns tópicos em: (a) Bifurcação de Hopf com simetria. Teorema de Hopf e versão equivariante do Teorema de Hopf. Exemplos. (b) Bifurcação ponto estacionário e bifurcação de Hopf com simetria produto coroa. (c) Simetrias escondidas e séries de Hilbert.

Aula no. 13**Data: 13.03.2003**

Sumário: Alguns tópicos em:
Ciclos heteroclínicos em sistemas dinâmicos equivariantes;
Redução do espaço de fase em campos de vectores.
(Aula dada pelas professoras Manuela Aguiar e Stella Abreu.)