

Estudar **Matemática**
na FCUP



Apoio ao aluno da FCUP
Matemática elementar

Quiz: Álgebra elementar

J.N. Tavares

© 2009

Last Revision Date: 19 de Maio de 2009

jntavar@fc.up.pt

Responda a cada uma das seguintes questões.

Objectivo: 100%.

1. (5^{pts}) Escolha a resposta correcta:

$$\frac{1}{3} + 3 = \frac{7}{3} \quad \frac{1}{3} + 3 = \frac{10}{9} \quad \frac{1}{3} + 3 = \frac{10}{3} \quad \frac{1}{3} + 3 = \frac{4}{4}$$

2. (5^{pts}) Considere as afirmações seguintes:

A. $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 1$, para todo o a e b não nulos

B. $\frac{(a+b)^2}{(a^2-b^2)^2} = \frac{1}{a-b}$, para todos os a, b com $|a| \neq |b|$

C. $\frac{a^2+b^2}{a^4+b^4} = \frac{1}{a^2+b^2}$, para todo o a e b não nulos

D. $\frac{a+b}{ab} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$, para todo o a e b não nulos

Escolha a resposta certa:

B é falsa e C é verdadeira

A é falsa e D é verdadeira

C e D são verdadeiras

A e B são verdadeiras



Back

< Doc

Doc >

3. (5^{pts}) Calcule o valor da expressão

$$\frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{5} + \frac{3}{4}\right) + 2 \times \left(\frac{3}{5} + \frac{3}{2}\right)$$

$$\frac{83}{10}$$

$$\frac{83}{20}$$

$$\frac{85}{20}$$

$$\frac{85}{50}$$

4. (5^{pts}) Sejam a e b dois números racionais. Considere as condições seguintes:

A. $2^a 3^b = 6^{a+b}$

B. $\left(\frac{1}{2^a}\right)^a = 2^{-a^2}$

C. $2^a + 3^a = 5^a$

D. $2^a 2^b = 4^{ab}$

Escolha a resposta certa:

A é falsa e **B** é verdadeira

A é falsa e **D** é verdadeira

B e **D** são verdadeiras

A e **C** são verdadeiras



Back

< Doc

Doc >

5. (5^{pts}) Calcule o valor de n quando $\frac{2^{1000}}{2^n} = 2^{501}$

$n = 400$

$n = 499$

$n = 500$

$n = 501$

6. (5^{pts}) Qual ou quais das seguintes afirmações são correctas:

A. $a^n + a^m = a^{m+n}$

B. $a^n \times a^m = a^{mn}$

C. $\frac{a^m}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^{m-n}$

D. $\frac{1}{2^3+3^5} = \frac{1}{2^3} + \frac{1}{3^5}$

E. $0^0 = 0$

apenas **A** e **B**

nenhuma

todas

apenas **B** e **C**

7. (5^{pts}) Seja a um número real arbitrário. Escolha a resposta certa:

$\sqrt[3]{a^2} = a^{\sqrt{3}}$

$\sqrt[3]{a^2} = a^{3/2}$

$\sqrt[5]{a^3} = a^{3/5}$

$\sqrt[3]{a^2} = a^2$



Back

< Doc

Doc >

8. (5pts) Sejam a e b dois inteiros positivos quaisquer. Escolha a resposta correcta:

$$\sqrt[4]{a} = \sqrt{a}, \text{ para todo o } a > 0$$

$$\sqrt{a}\sqrt[3]{b} = \sqrt[5]{ab}, \text{ para quaisquer } a \text{ e } b \text{ não negativos}$$

$$\sqrt{a+b} - \sqrt{b} = \sqrt{a}, \text{ para quaisquer } a \text{ e } b \text{ não negativos}$$

$$\frac{\sqrt{a^3}}{\sqrt{a}} = a, \text{ para todo o } a > 0$$

9. (5pts) Considere as equações seguintes:

- $(x - 1)^5 = 0$
- $(x^2 - 1)(x + 1) = 0$
- $x^2 - 4x + 5 = 0$
- $(x^2 + 1)(2x + 1)^2 = 0$
- $x^2 - 3x + 2 = 0$

A pergunta seguinte não tem a ver com o valor das raízes das equações mas sim com o seu número. Qual o número de soluções reais e distintas ds equações anteriores, pela ordem indicada:

5, 3, 0, 4, 2

1, 2, 0, 1, 2

1, 2, 2, 4, 2

1, 3, 2, 1, 0



Back

< Doc

Doc >

10. (5pts) Considere o conjunto $A = \{x \in \mathbb{R} : x(x - 2) = x - 2\}$. Escolha a resposta correcta:

$$A = \{1\}$$

$$A = \{0, 2\}$$

$$A = \{1, 2\}$$

$$A = \{0\}$$

11. (5pts) Considere o conjunto $A = \{x \in \mathbb{R} : x - x^2 \geq -2\}$. Escolha a resposta correcta:

$$A = \emptyset$$

$$A =] - \infty, -1] \cup [2, +\infty[$$

$$A = [-1, 2]$$

$$A =] - 1, 2[$$

12. (5pts) Considere o conjunto $A = \{x \in \mathbb{R} : |x - 2| > 1\}$. Escolha a resposta correcta:

$$A =]1, 3]$$

$$A =]3, +\infty]$$

$$A =] - \infty, 0] \cup]3, +\infty[$$

$$A =] - \infty, 1[\cup]3, +\infty[$$



Back

< Doc

Doc >

13. (5^{pts}) Calcule o valor da expressão

$$\left(\frac{1}{2}\right)^5 : \left(\frac{1}{2}\right)^4 \times \left(\left(\frac{1}{2}\right)^3\right)^2 : \left(\frac{3}{2}\right)^7 : \left(\frac{1}{3}\right)^6$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{3}$$

$$\frac{7}{3}$$

14. (5^{pts}) Calcule o valor exacto da expressão

$$\left(\sqrt{2} + \sqrt{3}\right)^2$$

$$2 + 5\sqrt{6}$$

$$5 + 6\sqrt{2}$$

$$6 + 2\sqrt{3}$$

$$5 + 2\sqrt{6}$$

15. (5^{pts}) Uma possível factorização do polinómio $16 - 4x^2$ é:

$$(4 - 2x)^2$$

$$4(2 - x)(2 + x)$$

$$(4 - 2x)(4 + 2x)^2$$

$$(4 - 2x)(4 + 2x)$$



Back

◀ Doc

Doc ▶

16. (5^{pts}) Calcule o conjunto de soluções da equação:

$$2x^2 + 2x - 4 = 0$$

$\{-2, 1\}$

$\{-2, -1\}$

$\{-1, 2\}$

$\{1, 2\}$

17. (5^{pts}) Qual o conjunto de soluções da inequação:

$$x^2 - 2x - 3 \geq 0$$

$] - \infty, -1] \cup [3, +\infty[$

$[-1, 3]$

$[3, +\infty[$

$] - \infty, -1]$

18. (5^{pts}) Sabendo que $x = 1$ é um zero do polinómio $x^3 - x^2 - 4x + 4$ diga qual o conjunto de soluções da equação:

$$x^3 - x^2 - 4x + 4 = 0$$

$\{-2, 1, 2\}$

$\{0, 1, 2\}$

$\{-3, 1, 4\}$

$\{0, 1, 3\}$



Back

◀ Doc

Doc ▶

19. (5^{pts}) Qual o resultado da divisão do polinómio $x^4 + 1$ por $x + 1$ (quociente q e resto r)?

$$q = x^3 + x^2 + x + 1; r = 2$$

$$q = x^3 - x^2 + x - 1; r = 2$$

$$q = x^3 - x^2 + x - 1; r = 0$$

$$q = x^3 + x^2 - x + 1; r = 2$$

20. (5^{pts}) Considere o conjunto $A = \{x \in \mathbb{R} : |x - 1| \leq |x - 3|\}$. Escolha a resposta correcta:

$$A = [2, +\infty[$$

$$A =] - \infty, 2]$$

$$A =] - \infty, 1] \cup [3, +\infty[$$

$$A = [1, 3]$$

Pontuação:

Percentagem:



Back



Solutions to Quizzes

Solution to Quiz: É claro que $\frac{1}{3} + 3 = \frac{1}{3} + \frac{9}{3} = \frac{1+9}{3} = \frac{10}{3}$ ■



Back



Doc



Solution to Quiz: É claro que **A** é falsa. Por exemplo $\frac{1}{2} + \frac{2}{1} = \frac{5}{2} \neq 1$.
C é também falsa. Mas **D** é verdadeiro porque $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{b}{ab} + \frac{a}{ab} = \frac{b+a}{ab}$ ■



Back



Doc



Solution to Quiz: Deve reduzir tudo ao mesmo denominador e efectuar as operações, respeitando os parêntesis: $\frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{5} + \frac{3}{4}\right) + 2 \times \left(\frac{3}{5} + \frac{15}{2}\right) = \frac{1}{2} - \left(-\frac{4}{20} + \frac{15}{20}\right) + 2 \times \left(\frac{6}{10} + \frac{15}{10}\right) = \frac{10}{20} - \frac{11}{20} + 2 \times \frac{21}{10} = \frac{10}{20} - \frac{11}{20} + \frac{84}{20} = \frac{83}{20}$ ■



Back

◀ Doc

Doc ▶

Solution to Quiz: **B** é verdadeira porque $(\frac{1}{2^a})^a = (2^{-a})^a = 2^{-a^2}$. **A** é falsa. Por exemplo, $2^1 3^2 = 18 \neq 6^3$. **C** é falsa. Por exemplo, $2^2 + 3^2 = 13 \neq 5^2$. **D** é falsa. Por exemplo, $2^1 2^2 = 8 \neq 4^2$. A afirmação correcta seria $2^a 2^b = 2^{a+b}$. ■




Back



Doc



Solution to Quiz: $\frac{2^{1000}}{2^n} = 2^{501} \iff 2^{1000-n} = 2^{501} \iff$
 $1000 - n = 501 \iff n = 499$ 



Back



Doc



Doc

Solution to Quiz: Todas são erros imperdoáveis!



Solution to Quiz: $\sqrt[5]{a^3} = a^{3/5}$



Back



Solution to Quiz: $\frac{\sqrt{a^3}}{\sqrt{a}} = a^{3/2}a^{-1/2} = a^{3/2-1/2} = a^1 = a$ ■



Back



Doc



Solution to Quiz: 1, 2, 0, 1, 2



Solution to Quiz: $x(x - 2) = x - 2 \Leftrightarrow x(x - 2) - (x - 2) = 0 \Leftrightarrow$
 $(x - 2)(x - 1) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = 2$ ■



Back



Doc



Solution to Quiz: $x - x^2 \geq -2 \Leftrightarrow x - x^2 + 2 \geq 0 \Leftrightarrow x - x^2 + 2 \geq 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 \leq 0(x + 1)(x - 2) \leq 0$

x		-1		2	
x+1	-	0	+	3	+
x-2	-	-3	-	0	+
(x+1)(x-2)	+	0	-	0	+

Portanto $A = [-1, 2]$.



Back



Solution to Quiz: $|x - 2| > 1$ representa o conjunto dos pontos x cuja distância ao ponto 2 é superior a 1. Portanto $x < 1$ ou $x > 3$, isto é $A =] - \infty, 1[\cup] 3, +\infty[$. ■



Back



Doc



Solution to Quiz: $\left(\frac{1}{2}\right)^5 : \left(\frac{1}{2}\right)^4 \times \left(\left(\frac{1}{2}\right)^3\right)^2 : \left(\frac{3}{2}\right)^7 : \left(\frac{1}{3}\right)^6 = 2^{-5} \cdot 2^4 \cdot 2^{-6} \cdot \frac{2^7}{3^7} \cdot 3^6 = 2^{-7} \cdot \frac{2^7}{3} = 1/3$ ■



Back



Doc



Solution to Quiz: $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 = 2 + 3 + 2\sqrt{2}\sqrt{3} = 5 + 2\sqrt{6}$ ■


[Back](#)[Doc](#)[Doc](#)

Solution to Quiz: $16 - 4x^2 = 4(4 - x^2) = 4(2 - x)(2 + x)$



Back



Solution to Quiz: $2x^2 + 2x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{4+32}}{4} = \frac{-2 \pm 6}{4} \Leftrightarrow$
 $x = -2 \vee 1$ 



Back



Doc



Doc

Solution to Quiz: $x^2 - 2x - 3 \geq 0 \Leftrightarrow (x + 1)(x - 3) \leq 0$

x		-1		3	
x+1	-	0	+	4	+
x-3	-	-4	-	0	+
(x+1)(x-3)	+	0	-	0	+

Portanto o conjunto de soluções é $] - \infty, -1] \cup [3, +\infty[$.



Back

◀ Doc

Doc ▶

Solution to Quiz: $x^3 - x^2 - 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)(x^2 - 4) = 0 \Leftrightarrow$
 $x = 1 \vee \pm 2$ ■



Back



Solution to Quiz: Aplicar o algoritmo de divisão ou a regra de Ruuffini. Verificar que:

$$x^4 + 1 = (x^3 - x^2 + x - 1)(x + 1) + 2$$

isto é:

$$x^4 + 1 = (\text{quociente}) \cdot (x + 1) + (\text{resto})$$

[Back](#)[Doc](#)[Doc](#)

Solution to Quiz: Como (i). $|x-1|$ e $|x-3|$ são ambos positivos, (ii). a função $\sqrt{\quad}$ é injectiva e (iii). $\sqrt{A^2} = |A|$, tem-se que: $|x-1| \leq |x-3| \Leftrightarrow (x-1)^2 \leq (x-3)^2 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 \leq x^2 - 6x + 9 \Leftrightarrow 4x \leq 8 \Leftrightarrow x \leq 2$ ■



Back



Doc

