Estudar **Matemática** na FCUP

Apoio ao aluno da FCUP
Matemática elementar

Quiz: Funções (miscelânea)

Ana Maria Oliveira

Last Revision Date: 19 de Maio de 2009
amoliv@fc.up.pt

Iniciar Responda a cada uma das seguintes questões. Objectivo: 100%.

1. (5^{pts}) Seja $f(x) = \frac{x+1}{(x-1)^2}$. Indique a condição que caracteriza o domínio de f:

- ☐ $x \neq \pm 1$.
- ☐ $x \neq 1$.
- ☐ $-1 < x < 1$.
- ☐ $x > 1 \vee x < -1$.

2. (5^{pts}) Seja $f(x) = \sqrt{x+1} + \sqrt[3]{x}$. Indique a condição que caracteriza o domínio de f:

- ☐ $x \geq -1$.
- ☐ $x > -1$.
- ☐ $x > 0$.
- ☐ $x \geq 0$.

3. (5^{pts}) Seja $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$. Indique a condição que caracteriza o domínio de f:

- ☐ $-3 < x < 3$.
- ☐ $x \geq 3$.
- ☐ $-3 \leq x \leq 3$.
- ☐ $x \leq -3$.

4. (5^{pts}) Seja $f(x) = \frac{\ln x}{1-\sqrt{x}}$. Indique a condição que caracteriza o domínio de f:

- ☐ $0 < x < 1$.
- ☐ $x > 1$.
- ☐ $x > 0 \wedge x \neq 1$.
- ☐ $x > 0 \vee x \neq 1$.

5. (5^{pts}) Seja $f(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{x^2-2x}}$. Indique a condição que caracteriza o domínio de f:

- ☐ $x < 0 \vee x > 2$.
- ☐ $0 < x < 2$.
- ☐ $x > 2$.
- ☐ $x < 0$.

6. (5^{pts}) Seja $f(x) = \frac{x}{e^x - x}$. Indique a condição que caracteriza o domínio de f:

- ☐ $x \neq 1$.
- ☐ $x \in \mathbb{R}$.
- ☐ $x > 0$.
- ☐ $x \neq 0$.

7. (5^{pts}) Seja $f(x) = \ln(2 - e^x)$. Indique a condição que caracteriza o domínio de f:

- ☐ $x > \ln 2$.
- ☐ $x \geq \ln 2$.
- ☐ $x \leq \ln 2$.
- ☐ $x < \ln 2$.

8. (5^{pts}) Seja $f(x) = 2x + 1$ e $g(x) = x^2$. Escolha a resposta certa:

- [ ] $f \circ g(x) = (2x + 1)^2$.
- [ ] $f \circ g(x) = 4x^2 + 1$.
- [ ] $f \circ g(x) = 2x^2 + 1$.
- [ ] $f \circ g(x) = 2(x + 1)^2$.

9. (5^{pts}) Seja $f(x) = \sqrt{x + 1}$ e $g(x) = 2 \sin x$. Escolha a resposta certa:

- [ ] $f \circ g(x) = \sqrt{2 \sin x + 2}$.
- [ ] $f \circ g(x) = \sqrt{2 \sin x + 1}$.
- [ ] $f \circ g(x) = 2 \sin(\sqrt{x + 1})$.
- [ ] $f \circ g(x) = \sqrt{2 \sin(x + 1)}$.

10. (5^{pts}) Seja $f(x) = e^x + 2$ e $g(x) = \frac{1}{x}$. Escolha a resposta certa:

- [ ] $f \circ g(x) = e^{\frac{1}{x}} + 2$.
- [ ] $f \circ g(x) = e^{-x} + 2$.
- [ ] $f \circ g(x) = \frac{1}{e^x + 2}$.
- [ ] $f \circ g(x) = e^{\frac{1}{x}} + \frac{1}{2}$.

11. (5^{pts}) Seja $f(x) = x^2 + 1$ e $g(x) = e^x$. Escolha a resposta certa:

- [ ] $f \circ g(x) = e^{x^2 + 1}$.
- [ ] $f \circ g(x) = e^{x^2} + 1$.
- [ ] $f \circ g(x) = e^{2x} + 1$.
- [ ] $f \circ g(x) = e^{2x+1}$.

12. (5^{pts}) Seja $h(x) = \frac{1}{\sqrt{1+\sin^2 x}}$. Considere as afirmações seguintes:

A. $h = f \circ g$, para $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ e $g(x) = 1 + \sin^2 x$.

B. $h = f \circ g$, para $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x}}$ e $g(x) = \sin^2 x$.

C. $h = f \circ g$, para $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ e $g(x) = \sin x$.

D. $h = f \circ g$, para $f(x) = \frac{1}{x}$ e $g(x) = \sqrt{1 + \sin^2 x}$.

Escolha a resposta certa:

- [ ] A é verdadeira e C é falsa.
- [ ] Todas as afirmações são verdadeiras.
- [ ] B é falsa.
- [ ] B e C são falsas.

13. (5^{pts}) Seja $f(x) = (1 + \sin x)^3$. Escolha a resposta certa:

- [ ] $f'(x) = 3(1 + \sin x)^2 \cos x$.
- [ ] $f'(x) = 3(1 + \sin x)^2$.
- [ ] $f'(x) = 3(1 + \cos x)^2$.
- [ ] $f'(x) = 3(\cos x)^2$.

14. (5^{pts}) Seja $f(x) = 1 + \ln(x^2+1)$. Escolha a resposta certa:

- ☐ $f'(x) = \frac{1}{x^2+1}$.
- ☐ $f'(x) = \frac{1}{2x}$.
- ☐ $f'(x) = 1 + \frac{1}{x^2+1}$.
- ☐ $f'(x) = \frac{2x}{x^2+1}$.

15. (5^{pts}) Seja $f(x) = e^{x^2}\, x^3$. Escolha a resposta certa:

- ☐ $f'(x) = 2\, e^{x^2}\, x^4 + 3\, x^2\, e^{x^2}$.
- ☐ $f'(x) = e^{x^2}\, 3x^2$.
- ☐ $f'(x) = e^{x^2}\, x^3 + 3\, x^2\, e^{x^2}$.
- ☐ $f'(x) = e^{2x}\, x^3 + 3\, x^2\, e^{x^2}$.

16. (5^{pts}) Seja $f(x) = x + \sqrt{1+2x}$. Escolha a resposta certa:

- ☐ $f'(x) = \frac{1}{2}(1+2x)^{-1/2}$.
- ☐ $f'(x) = 1 + (1+2x)^{-1/2}$.
- ☐ $f'(x) = 1 + \frac{1}{2}(1+2x)^{-1/2}$.
- ☐ $f'(x) = (1+2x)^{-1/2}$.

17. (5^{pts}) Escolha a resposta certa:

- ☐ $e^{\ln x+1} = e\, x$.
- ☐ $e^{\ln x+1} = x + 1$.
- ☐ $e^{\ln x+1} = x + e$.
- ☐ $e^{\ln x+1} = e^x$.

18. (5^{pts}) Indique o valor do limite $\lim_{x \to -\infty} e^{1-x^2}$.

☐ $+\infty$. ☐ $-\infty$. ☐ 0. ☐ 1.

19. (5^{pts}) Indique o valor do limite $\lim_{x \to 0^+} (1 + \ln x)^{-1}$.

☐ $-\infty$. ☐ 1. ☐ $\frac{1}{2}$. ☐ 0.

20. (5^{pts}) Indique o valor do limite $\lim_{x \to 0^+} e^{-x} \ln x$.

☐ 0. ☐ $-\infty$. ☐ 1. ☐ $+\infty$.

Fim Score: Correct

Pontuação:

Percentagem:

Solutions to Quizzes

Solution to Quiz: $(x-1)^2 \neq 0 \iff (x-1) \neq 0 \iff x \neq 1.$ ■

Solution to Quiz: $x + 1 \geq 0 \iff x \geq -1.$ ■

Solution to Quiz: $9 - x^2 \geq 0 \iff 9 \geq x^2 \iff x^2 \leq 9 \iff -3 \leq x \leq 3$. ∎

Solution to Quiz: $(x > 0 \;\wedge\; x \geq 0 \;\wedge\; 1 - \sqrt{x} \neq 0) \iff (x > 0 \;\wedge\; \sqrt{x} \neq 1) \iff (x > 0 \;\wedge\; x \neq 1)$. ■

Solution to Quiz: x^2-2x é uma parábola com a concavidade voltada para cima e portanto é positiva fora do intervalo das raízes; assim, $x^2 - 2x > 0 \iff x < 0 \vee x > 2$. ■

Solution to Quiz: Como $e^x > x$, então $e^x \neq x$ e portanto $e^x - x \neq 0$, para todo $x \in \mathbb{R}$. ∎

Solution to Quiz: $2 - e^x > 0 \iff 2 > e^x \iff \ln 2 > x.$ ■

Solution to Quiz: $f \circ g(x) = f(g(x)) = f(x^2)$, que se obtém substituindo x por x^2 na expressão de $f(x)$; assim, $f \circ g(x) = 2x^2 + 1$. ■

Solution to Quiz: $f \circ g(x) = f(g(x)) = f(2 \sin x) = \sqrt{2 \sin x + 1}$.

∎

Solution to Quiz: $f \circ g(x) = f(g(x)) = f(\frac{1}{x}) = e^{\frac{1}{x}} + 2$. Notar que $e^{\frac{1}{x}} \neq e^{-x}$! ■

Solution to Quiz: $f \circ g(x) = f(g(x)) = f(e^x) = (e^x)^2 + 1 = e^{2x} + 1.$

Solution to Quiz: Em todos os casos, substituindo x por $g(x)$ na expressão de $f(x)$, obtém-se $\frac{1}{\sqrt{1+\sin^2 x}}$ e portanto todas as afirmações são verdadeiras. ∎

Solution to Quiz: $f'(x) = 3(1+\sin x)^2(1+\sin x)' = 3(1+\sin x)^2\ \cos x.$ ∎

Solution to Quiz: $f'(x) = (\ln(x^2+1))' = \frac{(x^2+1)'}{x^2+1} = \frac{2x}{x^2+1}$. ∎

Solution to Quiz: $f'(x) = (e^{x^2})'\,x^3 + e^{x^2}\,(x^3)' = (x^2)'\,e^{x^2}\,x^3 + e^{x^2}\,3\,x^2 = 2x\,e^{x^2}\,x^3 + 3\,x^2\,e^{x^2} = 2\,e^{x^2}\,x^4 + 3\,x^2\,e^{x^2}$. ■

Solution to Quiz: $f'(x) = 1 + ((1+2x)^{1/2})' = 1 + \frac{1}{2}\,(1+2x)^{-1/2}(1+2x)' = 1 + \frac{1}{2}\,(1+2x)^{-1/2}\,2 = 1 + (1+2x)^{-1/2}$. ■

Solution to Quiz: $e^{\ln x+1} = e^{\ln x}\, e^1 = x\, e = e\, x.$ ∎

Solution to Quiz: Quando $x \to -\infty$, $x^2 \to +\infty$ e $1 - x^2 \to -\infty$ e portanto $e^{1-x^2} \to 0$. ∎

Solution to Quiz: Quando $x \to 0^+$, $\ln x \to -\infty$ e $1 + \ln x \to -\infty$ e portanto $(1 + \ln x)^{-1} = \frac{1}{1+\ln x} \to 0$. ■

Solution to Quiz: Quando $x \to 0^+$, $e^{-x} \to e^0 = 1$ e $\ln x \to -\infty$ e portanto $e^{-x} \ln x \to -\infty$. ■