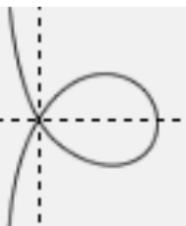


Estudar **Matemática**
na FCUP



Apoio ao aluno da FCUP
Matemática elementar

Quiz: Geometria Elementar

Luís António Oliveira

© 2009

Last Revision Date: 8 de Junho de 2009

lolivei@fc.up.pt

Responda a cada uma das seguintes questões.

Objectivo: 100%.

1. (5^{pts}) O perímetro P e a área A de uma circunferência de raio $\frac{1}{2}$ são

$$P = 2\pi \text{ e } A = \pi.$$

$$P = \frac{\pi}{4} \text{ e } A = \pi.$$

$$P = \pi \text{ e } A = \frac{\pi}{4}.$$

$$P = \pi \text{ e } \frac{\pi^2}{2}.$$

2. (5^{pts}) A soma das amplitudes dos ângulos internos de um polígono convexo com 7 lados é

$$540^\circ.$$

$$720^\circ.$$

$$900^\circ.$$

$$1080^\circ.$$

3. (5^{pts}) A amplitude dos ângulos internos de um octógono regular é

$$120^\circ.$$

$$135^\circ.$$

$$140^\circ.$$

$$150^\circ.$$

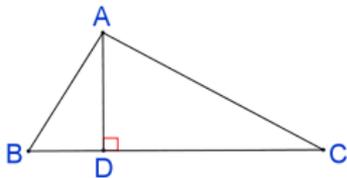


Back

◀ Doc

Doc ▶

4. (5^{pts}) Considere um triângulo rectângulo ABC com ângulo recto no vértice A e seja D o pé da altura relativa ao vértice A . Das afirmações seguintes qual delas é a verdadeira:



- Os triângulos ABD e ACD podem não ser semelhantes.
Os triângulos ABC e ABD podem não ser semelhantes.
Os triângulos ABD e ACD são sempre semelhantes, mas os triângulos ABC e ACD podem não o ser.
Os triângulos ABC , ABD e ACD são sempre semelhantes.

5. (5^{pts}) Das afirmações seguintes acerca dos comprimentos a , b e c dos lados de um triângulo, quais delas são verdadeiras:

A a é sempre estritamente menor que $b + c$.

B a é sempre estritamente maior que $b - c$.

C Há triângulos verificando $a \geq b + c$.

D Há triângulos verificando $a \leq b - c$.

A e B.

A e D.

B e C.

C e D.

6. (5^{pts})

Das afirmações seguintes quais delas são verdadeiras:

A Um quadrilátero que seja simultaneamente um losango e um rectângulo é um quadrado.

B Um quadrilátero com os lados todos do mesmo comprimento é um quadrado.

C Um paralelogramo com um ângulo recto é um rectângulo.

D Um quadriláteros com dois lados de comprimento a e os outros dois de comprimento b é um paralelogramo.

Todas.

A e C.

A e D.

A, C e D.

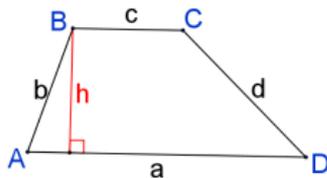


Back

< Doc

Doc >

7. (5^{pts}) A área do trapézio $ABCD$ é



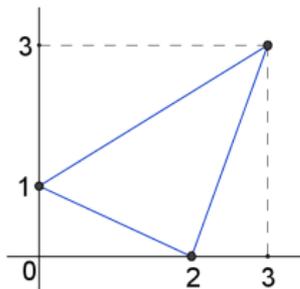
$$ab$$

$$\frac{a+c}{2} \cdot b$$

$$\frac{a-c}{2} \cdot h$$

$$\frac{a+c}{2} \cdot h$$

8. (5^{pts}) A área do triângulo de vértices nos pontos $(2, 0)$, $(0, 1)$ e $(3, 3)$ é



$$3$$

$$3.5$$

$$4$$

$$4.5$$

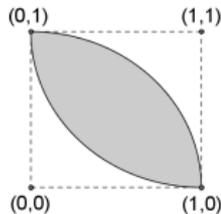


Back

< Doc

Doc >

9. (5^{pts}) A região sombreada da figura seguinte é limitada por arcos das circunferências de raio 1 e centro nos pontos $(0,0)$ e $(1,1)$. A área desta região sombreada é



$$\frac{\pi}{2}.$$

$$\frac{\pi}{2} - 1.$$

$$\frac{\pi-2}{4}.$$

$$\frac{\pi}{4}.$$

10. (5^{pts}) Dado um quadrado A de lado a , considere o quadrado B cujo lado é a diagonal de A . A diagonal do quadrado B mede

$$\sqrt{2}a.$$

$$\sqrt[3]{2}a.$$

$$\sqrt{3}a.$$

$$2a.$$

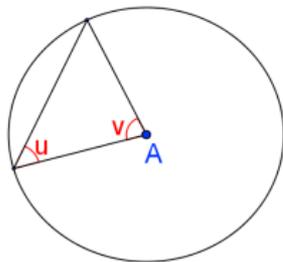


Back

◀ Doc

Doc ▶

11. (5^{pts}) Dado um retângulo A de lados a e b , considere outro retângulo B , semelhante ao retângulo A , cuja razão de semelhança de A para B é 3. Então B pode ser dividido em
- | | |
|-----------------------------|------------------------------|
| 3 retângulos iguais a A . | 6 retângulos iguais a A . |
| 9 retângulos iguais a A | 12 retângulos iguais a A . |
12. (5^{pts}) Considere a circunferência seguinte de centro no ponto A . Se o ângulo u tiver a amplitude de 50° , então a amplitude do ângulo v é



50°.

60°.

70°.

80°.



Back

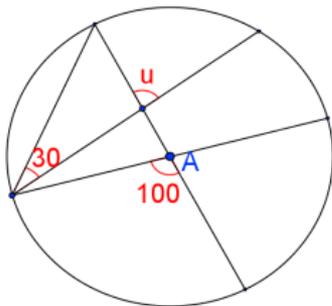


Doc



Doc

13. (5^{pts}) Considere a circunferência seguinte de centro no ponto A . A amplitude do ângulo u é



80°.

85°.

90°.

100°.

14. (5^{pts}) Um triângulo rectângulo A de catetos de comprimentos 3 cm e 4 cm é semelhante a um outro triângulo B cuja razão de semelhança de A para B é 3. Então, a hipotenusa do triângulo B mede

5 cm.

10 cm.

15 cm.

20 cm.



Back



Doc



15. (5^{pts}) Numa loja existem duas prateleiras triangulares semelhantes A e B . Se A tiver 30 dm^2 de área e a razão de semelhança de A para B for 2, então a área de B é

30 dm^2 .

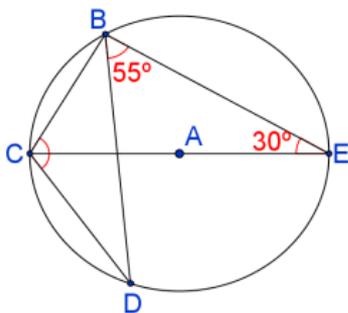
60 dm^2 .

90 dm^2 .

120 dm^2 .

16. (5^{pts})

Na circunferência seguinte de centro A , a amplitude do ângulo $\angle BCD$ é



100° .

105° .

110° .

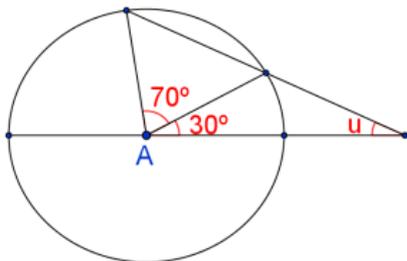
115° .



Back



17. (5^{pts}) Na circunferência seguinte de centro A , a amplitude do ângulo u é



20°.

25°.

30°.

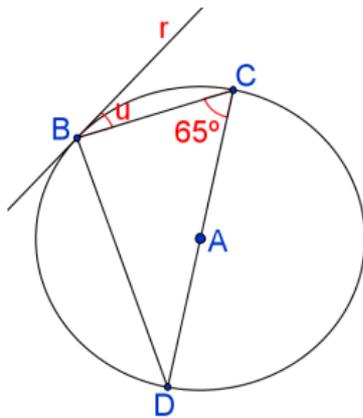
35°.



Back



18. (5^{pts}) Considere a figura seguinte onde r é a recta tangente à circunferência de centro A no ponto B . A amplitude do ângulo u é



20°.

25°.

30°.

35°.



Back

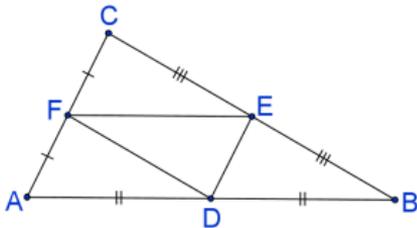


Doc



Doc

19. (5^{pts}) Considere um triângulo ABC e sejam D , E e F os pontos médios dos seus lados tal como descrito na figura seguinte.



Das afirmações seguintes, quais delas são verdadeiras

- A. AB e EF são paralelas.
- B. Os triângulos ABC e ADF são semelhantes com razão de semelhança do primeiro para o segundo igual a $\frac{1}{2}$.
- C. Os 4 triângulos mais pequenos são todos iguais.
- D. Os ângulos $\angle BAC$ e $\angle DEF$ têm a mesma amplitude.

A.

B e C .

A , B e C .

Todas são verdadeiras.

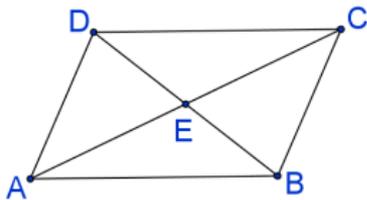


Back

< Doc

Doc >

20. (5^{pts}) Seja $ABCD$ um paralelogramo e E o ponto de intersecção das suas diagonais.



Das seguintes afirmações, quais delas são verdadeiras em qualquer paralelogramo $ABCD$:

A Os ângulos $\angle CAB$ e $\angle CDB$ têm a mesma amplitude.

B $\overline{DE} = \overline{EB}$.

C $\overline{DB} \neq \overline{AC}$.

D DB e AC são perpendiculares.

B.

B e C.

A e D.

Nenhuma afirmação é verdadeira.



Back

< Doc

Doc >

Pontuação:

Percentagem:

Solutions to Quizzes

Solution to Quiz: O perímetro P e a área A de uma circunferência de raio r são $P = 2\pi r$ e $A = \pi r^2$. Logo, a resposta correcta é $P = \pi$ e $A = \frac{\pi}{4}$. ■

[Back](#)[Doc](#)

Solution to Quiz: A soma das amplitudes dos ângulos internos de um polígono convexo com n lados é $180^\circ \times (n - 2)$. Logo, a resposta correcta é 900° . ■

[Back](#)[Doc](#)

Solution to Quiz: A amplitude dos ângulos internos de um polígono regular convexo com n lados é

$$180^\circ \times \frac{n - 2}{n} .$$

Logo, a resposta correcta é 135° . ■

[Back](#)[Doc](#)

Solution to Quiz: Um dos critérios de semelhança de triângulos diz que dois triângulos com dois ângulos de amplitudes respectivamente iguais são semelhantes. Assim, os triângulos ABC e ABD são semelhantes pois têm ambos um ângulo recto e um outro em comum. Da mesma forma, os triângulos ABC e ACD também são semelhantes. Logo, a resposta correcta é a última. ■



Back



Doc



Doc

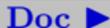
Solution to Quiz: Como a distância mais curta entre dois pontos é em linha recta, então $a < b + c$ e $a + c > b$. Da segunda desigualdade resulta que $a > b - c$. Logo, a resposta correcta é a primeira. ■

[Back](#)[Doc](#)

Solution to Quiz: Um losango é um quadrilátero com todos os lados de igual comprimento. Daí que B seja falsa (basta considerar um losango com os ângulos internos não rectos). Além disso, um quadrilátero que seja simultaneamente um losango e um rectângulo tem os lados todos do mesmo comprimento e os ângulos internos todos rectos, ou seja, é um quadrado. Por isso, a afirmação A é verdadeira.

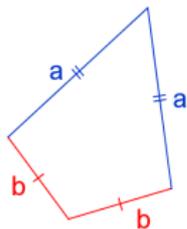
Como num paralelogramo, os ângulos opostos têm a mesma amplitude (figura 1) e a soma das amplitudes dos ângulos internos é 360° , se um dos ângulos tiver a amplitude de 90° , então todos os outros também têm a amplitude de 90° . Logo, tem que ser um rectângulo e a afirmação C é verdadeira.

A afirmação D é falsa como mostra a figura 2. Por isso, a resposta correcta é a segunda.

[Back](#)[Doc](#)[Doc](#)



1)



2)



Back

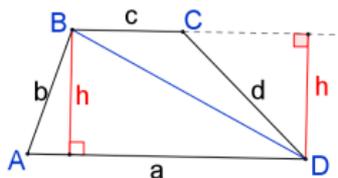
◀ Doc

Doc ▶

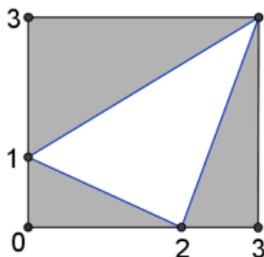
Solution to Quiz: Se considerarmos a diagonal $[BD]$, dividimos o trapézio em dois triângulos. Assim, a área do trapézio é

$$\frac{ah}{2} + \frac{ch}{2} = \frac{a+c}{2} \cdot h .$$

Logo, a resposta correcta é a última.



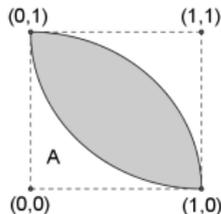
Solution to Quiz: Se considerarmos o rectângulo de vértices nos pontos $(0,0)$, $(3,0)$, $(3,3)$ e $(0,3)$, então a área do triângulo pedido é igual à área do quadrado subtraída da área dos 3 triângulos a sombreado.



Assim, a área pedida é

$$9 - 1 - 1.5 - 3 = 3.5$$

e a resposta correcta é a segunda. ■

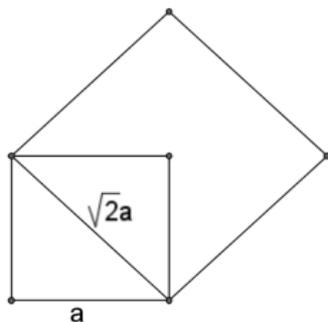
Solution to Quiz:

A área a sombreado é a intersecção de dois quartos de círculo, cada um com área $\frac{\pi}{4}$. Daí que a região A tenha área $1 - \frac{\pi}{4}$ (área do quadrado a que se retira a área de um dos quartos de círculo). Logo, a área da região a sombreado é

$$\frac{\pi}{4} - \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{2} - 1 .$$

A resposta correcta é a segunda. ■

[Back](#)[◀ Doc](#)[Doc ▶](#)

Solution to Quiz:

Pelo Teorema de Pitágoras, o lado do triângulo B mede $\sqrt{2}a$. Aplicando novamente o Teorema de Pitágoras, a diagonal do triângulo B mede

$$\sqrt{(\sqrt{2}a)^2 + (\sqrt{2}a)^2} = \sqrt{4a^2} = 2a .$$

Logo, a resposta correcta é a terceira. ■



Back

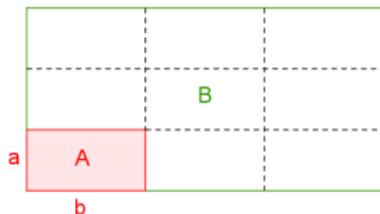


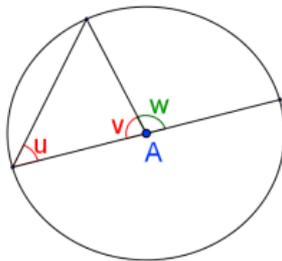
Doc



Doc

Solution to Quiz: Como a razão de semelhança de A para B é 3, os lados de B medem $3a$ e $3b$. Tal como mostra a figura seguinte, podemos dividir B em 9 rectângulos iguais a A . A resposta correcta é a terceira



Solution to Quiz:

Como a amplitude do ângulo w é o dobro da amplitude de u , ou seja, é 100° , a amplitude de v é

$$180^\circ - 100^\circ = 80^\circ .$$

Logo, a resposta correcta é a última. ■



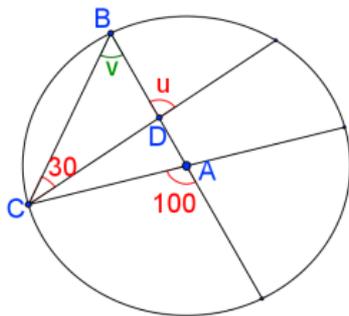
Back



Doc



Solution to Quiz:



A amplitude do ângulo v é $\frac{100^\circ}{2} = 50^\circ$. Como u é um ângulo externo do triângulo BCD , a sua amplitude é a soma das amplitudes dos ângulos internos do triângulo opostos a u , ou seja, é

$$30^\circ + 50^\circ = 80^\circ .$$

Logo, a resposta correcta é a primeira. ■



Back



Solution to Quiz: Pelo teorema de Pitágoras, a hipotenusa do triângulo A mede 5 cm. Como a razão de semelhança é 3, a hipotenusa do triângulo B mede 15 cm. Logo, a resposta correcta é a terceira. ■

[Back](#)[Doc](#)

Solution to Quiz: Se a for o comprimento de um dos lados do triângulo A e h for a altura do vértice de A oposto a esse lado, então $\frac{ah}{2} = 30$. Como a razão de semelhança de A para B é 2, B tem um lado de comprimento $2a$ e cuja altura do vértice oposto a esse lado é $2h$. Assim, a área de B é

$$\frac{(2a)(2h)}{2} = 4\frac{ah}{2} = 120 .$$

Logo, a resposta correcta é a última. ■



Back



Doc



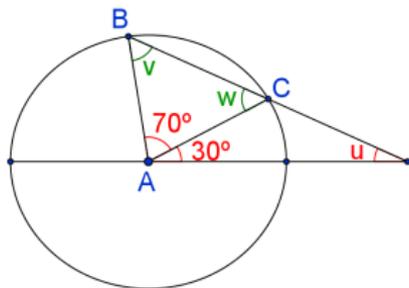
Solution to Quiz: Os ângulos $\angle BDC$ e $\angle BEC$ têm a mesma amplitude, ou seja, a amplitude de 30° . Como $[CE]$ é um diâmetro da circunferência, o ângulo $\angle CBE$ é recto. Daí que o ângulo $\angle CBD$ meça $90^\circ - 55^\circ = 35^\circ$. Logo, a amplitude do ângulo $\angle BCD$ é

$$180^\circ - 35^\circ - 30^\circ = 115^\circ$$

e a resposta correcta é a última. ■

[Back](#)[Doc](#)[Doc](#)

Solution to Quiz:



Como $\overline{AB} = \overline{AC}$, o triângulo ABC é isósceles e os ângulo v e w têm a mesma amplitude. Logo, a amplitude de v é

$$\frac{180^\circ - 70^\circ}{2} = 55^\circ .$$

Assim, a amplitude de u é

$$180^\circ - 100^\circ - 55^\circ = 25^\circ$$

e a resposta correcta é a segunda. ■



Back

< Doc

Doc >

Solution to Quiz: Como $[CD]$ é um diâmetro, o ângulo $\angle CBD$ é recto e a amplitude do ângulo $\angle BDC$ é 25° . Mas o ângulo u tem a mesma amplitude que o ângulo $\angle BDC$. Daí que a resposta correcta seja a segunda. ■



Back

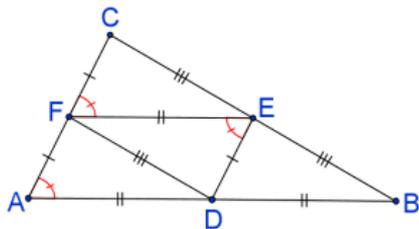
◀ Doc

Doc ▶

Solution to Quiz: Como $\angle BAC$ e $\angle DAF$ têm a mesma amplitude e

$$\frac{\overline{AD}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AF}}{\overline{AC}} = \frac{1}{2},$$

os triângulos ABC e ADF são semelhantes com razão de semelhança do primeiro para o segundo igual a $\frac{1}{2}$. Da mesma forma, o triângulo ABC é semelhante aos triângulos DBE e FEC com a mesma razão de semelhança. Daí que os triângulos ADF , DBE e FEC sejam iguais. Em particular, os ângulos $\angle BAC$ e $\angle EFC$ têm a mesma amplitude e, por isso, as rectas AB e EF são paralelas.



Note-se também que os triângulos DEF e FDA são iguais pois têm os três lados respectivamente com o mesmo comprimento. Logo, os 4 triângulos mais pequenos são todos iguais. Em particular, concluímos



Back



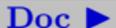
também que os ângulos $\angle BAC$ e $\angle DEF$ têm a mesma amplitude. Por isso, as 4 afirmações são verdadeiras e a resposta correcta é a última. ■



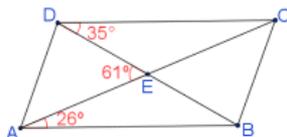
Back



Doc

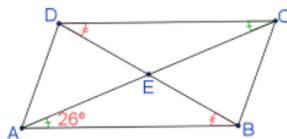


Solution to Quiz: As afirmações A e D não são verdadeiras como mostra a figura seguinte.



Se o paralelogramo $ABCD$ for um quadrado, então $\overline{DB} = \overline{AC}$ e, por isso, a afirmação C também é falsa.

Num paralelogramo $ABCD$ temos que $\overline{AB} = \overline{CD}$ e que os ângulos assinalados na figura seguinte têm igual amplitude. Por isso, os triângulos ABE e CDE são iguais e $\overline{DE} = \overline{BE}$.



Logo, a resposta correcta é a primeira. ■