# PADRÕES EM CONTEXTOS FIGURATIVOS NO 2.º ANO DA LICENCIATURA EM EDUCAÇÃO BÁSICA

António Guerreiro
*Escola Superior de Educação e Comunicação, Universidade do Algarve*
aguerrei@ualg.pt

**Resumo**

Nesta comunicação apresento uma sistematização das dificuldades manifestadas na unidade curricular de Álgebra e Funções pelos alunos do 2.º ano da licenciatura em Educação Básica da Escola Superior de Educação e Comunicação da Universidade do Algarve a propósito do estudo de padrões em contextos figurativos. Tentarei descrever os dados, com indicações quantitativas, resultantes das actividades dos alunos em sala de aula. Este estudo decorre de um trabalho de sistematização da análise das produções dos alunos em relação às tarefas matemáticas referentes ao tópico dos padrões em contextos figurativos. Destina-se à valorização do conhecimento profissional, em primeiro lugar do próprio autor, tendo em vista a reestruturação e adequação da formação para a docência em álgebra no contexto do ensino superior. Neste estudo destaco a insuficiente *visualização* dos padrões pictóricos e a importância da definição de novas estratégias de ensino com vista a uma maior compreensão dos processos de generalização das relações entre os termos de um padrão em contexto figurativo.

**Palavras-chave:** Álgebra, Padrões, Formação para a docência, Ensino superior.

## Introdução

Com a publicação do Decreto-Lei n.º 43/2007 de 22 de Fevereiro relativo às condições necessárias à obtenção de habilitação profissional para a docência, as instituições de ensino superior com formação de docentes reestruturaram os planos curriculares dos cursos existentes originando a criação de novos cursos, em acordo com a legislação em vigor. Particularmente, os cursos de educação de infância ou educação pré-escolar, professores do 1.º ciclo do ensino básico e professores do 1.º e 2.º ciclos do ensino básico (nas respectivas variantes) foram substituídos por uma única licenciatura em Educação Básica, complementada com mestrados na especialidade de pré-escolar e 1.º e 2.º ciclos do ensino básico.

A Escola Superior de Educação e Comunicação da Universidade do Algarve desenhou um plano curricular de licenciatura em Educação Básica em que se incluiu uma unidade curricular de formação para a docência em matemática em cada um dos primeiros cinco semestres do curso. A unidade curricular correspondente ao primeiro semestre do segundo ano da licenciatura em Educação Básica denomina-se Álgebra e Funções, com 6 ECTS, num tempo de trabalho total de 168 horas, com a tipologia 45 horas teórico-práticas, 5 horas de orientação tutorial e 2 horas outras.

A unidade curricular Álgebra e Funções propõe-se explorar as ideias algébricas que são desenvolvidas desde a educação pré-escolar até ao 2.º ciclo do ensino básico, tendo por conteúdos programáticos essencialmente os grandes temas algébricos como padrões, relações e funções. O programa desta unidade curricular foi desenhado por mim, aquando da criação do curso, e leccionado pela primeira vez no ano lectivo de 2008/2009. No ano lectivo transacto, por questões de distribuição de serviço docente, não leccionei a referida unidade curricular, tendo sido contudo leccionada em acordo com os planos e materiais anteriores construídos por mim. No primeiro semestre do actual ano lectivo, voltei a leccionar a unidade curricular Álgebra e Funções aos alunos do 2.º ano da licenciatura em Educação Básica.

O retomar desta unidade curricular originou um refazer dos planos e materiais e um repensar de toda a sua estrutura com vista à monitorização dos conhecimentos dos alunos, no âmbito deste campo de conhecimento da matemática, tendo por princípio a utilização do raciocínio algébrico na resolução de problemas. Alguns dos alunos desta licenciatura apresentam um percurso escolar, com matemática até ao 9.º ano, com insucessos e significativas lacunas nos conteúdos matemáticos relativos ao ensino básico. Estes alunos apresentam capacidades de resolução numérica das tarefas matemáticas associadas aos conteúdos escolares referentes aos primeiros seis anos de escolaridades, mas revelam dificuldades acrescidas quando se pretende generalizar ou criar modelos matemáticos dessas resoluções, portanto quando se trabalha o pensamento e raciocínio algébrico.

Neste sentido, parece estar em causa um pensar matemático que extravasa o cálculo numérico e exige um conhecimento profundo dos conceitos de modo a possibilitar a generalização das relações e propriedades em matemática (Branco & Ponte, 2010). A análise dos desempenhos e das dificuldades manifestadas por estes alunos do 2.º ano da licenciatura em Educação Básica, à luz do confronto entre resoluções numéricas contextualizadas e abordagens algébricas dos conteúdos, pode produzir conhecimento, desde logo importante para a reestruturação desta unidade curricular, tendo em vista o aprofundar da discussão sobre o ensino-aprendizagem da álgebra e funções no ensino básico e a formação para a docência neste campo de conhecimento.

Nesta comunicação, pretendo apresentar alguns dados sobre os desempenhos e dificuldades dos meus alunos do 2.º ano da licenciatura em Educação Básica, particularmente nas actividades desenvolvidas em torno dos padrões, salientando as dificuldades manifestadas na generalização das situações apresentadas em contextos figurativos. Decorrente desta análise, pretendo apontar algumas orientações, com vista ao reforço do conhecimento algébrico dos futuros educadores e professores dos primeiros anos de escolaridade, incidindo na exploração de padrões em contextos figurativos.

## Álgebra para ensinar no ensino básico

As perspectivas teóricas no âmbito do ensino-aprendizagem da álgebra decorrem de um posicionamento global sobre o ensino e a aprendizagem da matemática, particularizado em visões simultaneamente divergentes e complementares que advogam a álgebra como um corpo de conhecimentos, baseado num longo percurso histórico, e como uma actividade humana baseada no pensamento algébrico (Kaput, 2008). Nesta perspectiva, o ensino da álgebra pode estruturar-se em torno dos objectos de estudo, como equações, inequações, funções, estruturas algébricas, etc., ou extravasar a manipulação de símbolos e o estudo destes objectos, visando desenvolver o pensamento algébrico dos alunos (Ponte, 2005).

O desenvolvimento do pensamento algébrico inclui assim os objectos, mas decorre do estudo das relações existentes entre estes, de forma geral e abstracta. Para Ponte, Branco e Matos (2009), o pensamento algébrico inclui as vertentes: representar, raciocinar e resolver problemas. A vertente representar diz respeito à capacidade do aluno no uso de sistemas de representação. A vertente raciocinar conjuga o relacionamento dos objectos com a generalização das relações. A vertente resolver problemas inclui a modelação matemática a par de outros problemas matemáticos e de outros domínios de conhecimento.

O pensamento algébrico, segundo NCTM (2007), respeita ao estudo das estruturas, à simbolização, à modelação e ao estudo da variação. Nesta óptica, o ensino da álgebra deve habilitar os alunos para: (i) compreender padrões, relações e funções (estudo das estruturas); (ii) representar e analisar situações e estruturas matemáticas usando símbolos algébricos (simbolização); (iii) usar modelos matemáticos para representar e compreender relações quantitativas (modelação); e (iv) analisar a variação em diversos contextos (estudo da variação).

De modo geral, as vertentes do pensamento algébrico podem ser estruturadas segundo três eixos: a generalização da aritmética, o estudo de funções e a modelação matemática. A generalização da aritmética inclui a generalização das operações e relações numéricas, o estudo de funções inclui a variação e generalização de padrões, e a modelação matemática inclui o estudo da regularidade de situações ou fenómenos (Canavarro, 2007; Kaput, 2008). Esta visão sobre o ensino da álgebra não dispensa a utilização dos símbolos algébricos (tradicionais ou construídos) na descrição das situações e na resolução dos problemas, tendo por princípio o raciocínio matemático e a generalização das relações numéricas (Branco & Ponte, 2010; Ponte, 2005).

Paralelamente, as Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar (ME, 2002) e o Programa de Matemática do Ensino Básico (ME, 2007), nomeadamente no que respeita ao 1.º e 2.º ciclos do ensino básico, têm assumido de modo crescente o papel da álgebra nos primeiros anos de escolaridade, através do estudo dos padrões como um tópico verticalmente assumido desde a educação pré-escolar até ao ensino secundário.

No contexto da unidade curricular Álgebra e Funções da licenciatura em Educação Básica, optei por estruturar os seus conteúdos em torno do estudo de padrões, relações e funções, através da resolução de problemas, tentando proporcionar aos alunos um conjunto diversificado de experiências de aprendizagem sobre álgebra e funções, com o intuito de promover o reforço do conhecimento em álgebra para ensinar. Este percurso iniciou-se pelo estudo dos padrões, em especial incidência nos padrões em contextos figurativos, através de processos de contagem e de generalização de padrões de repetição e de crescimento.

## Padrões e pensamento algébrico

A matemática é apresentada como a ciência dos padrões, por autores como Devlin (2002), realçando o papel dos símbolos algébricos no reconhecimento de conceitos abstractos como *entidades* e no desenvolvimento de uma linguagem adequada à ciência matemática. Neste contexto, a observação de padrões, a sua descrição e generalização, assume-se como um dos eixos fundamentais no desenvolvimento do pensamento algébrico, através do reconhecimento e da criação de padrões, segundo uma lei de formação.

Esta generalização pode ser entendida a dois níveis: *generalização próxima* (ou *local*) e *generalização distante* (ou *global*) (Mason, 1996; Stacey, 1989). A *generalização próxima* ou *local* decorre da identificação dos termos próximos dos conhecidos numa sequência de termos numéricos ou geométricos. A *generalização distante* ou *global* decorre da identificação de termos de uma sequência, suficientemente afastados dos conhecidos, portanto do reconhecimento da sua lei de formação. A *generalização distante* ou *global* requer assim uma maior capacidade de generalizar e fundamentar generalizações, exigindo o desenvolvimento do pensamento algébrico e do raciocínio matemático.

A generalização decorre de um processo de reconhecimento das variações entre os termos de uma sequência, a partir da visualização da representação pictórica de um conjunto de elementos (Vale & Pimentel, 2009) ou da exploração numérica das variações entre os seus elementos. Alguns padrões podem assim ser reconhecidos e generalizados a partir de um conjunto de tarefas matemáticas de contagem que proporcionem aos alunos a tradução numérica da visualização de padrões de repetição e de crescimento, tendo em vista a sua generalização. Deste modo, parece ser possível afirmar que o reconhecimento de conjuntos de objectos numa disposição padrão facilita a percepção do número numa sequência de representações em contextos figurativos, pela observação e verbalização das generalizações.

Os padrões de repetição – "*motivo identificável que se repete de forma cíclica indefinidamente*" (Vale & Pimentel, 2009, p. 14) – podem incluir processos de generalização através da transformação *dos motivos concretos* numa abstracção algébrica da realidade. Os padrões de crescimento – "*cada termo muda de forma previsível em relação ao anterior*" (Vale & Pimentel, 2009, p. 16) – constituem uma oportunidade única de generalização com ligação às sequências numéricas, às progressões aritméticas e geométricas, às sucessões e às séries, constituindo assim uma temática verticalmente transversal do ensino pré-escolar até ao ensino universitário.

Em ambos os casos, a percepção visual de um padrão ou relação não dispensa o reconhecimento da existência de uma representação figurativa e de uma outra analítica ou verbal e a importância da transposição entre as duas por apropriação da existência de uma única lei de formação – geométrica e numérica – na generalização dos padrões em contextos figurativos (Silvestre, Faria, Sousa, Cristo, Santos, Molarinho & Veladas, 2010). Esta compreensão da generalização de padrões constitui a base do sucesso em álgebra (Alvarenga & Vale, 2007) e origina um olhar matemático para além do numérico entendido de modo restrito.

Vale e Pimentel (2005) referem que, da sua experiência, a maioria dos alunos (dos primeiros anos) que utilizam uma abordagem numérica, manifestam insuficiências na generalização dos padrões e, consequentemente, na obtenção de uma lei de formação. Contudo, num estudo desenvolvido com padrões no 1.º e 2.º ciclos do ensino básico por Ana Silvestre et al. (2010), os alunos apresentaram diferentes formas de visualização correspondente a diferentes formas de contagem, nos casos menos complexos, traduzindo-se em leis de formação em linguagem natural, manifestando contudo dificuldade na transposição algébrica.

## Opções metodológicas

Esta comunicação resulta da análise sistemática do desempenho dos alunos do 2.º ano da licenciatura em Educação Básica, no âmbito da unidade curricular de Álgebra e Funções, da Escola Superior de Educação e Comunicação da Universidade do Algarve, no ano lectivo 2010/2011, tendo por docente o seu autor, e pretende descrever as dificuldades de aprendizagem manifestadas pelos alunos no tópico matemático dos padrões em contexto figurativos. Neste estudo, a turma é considerada globalmente e constitui ela própria *o universo* de recolha de dados, assumindo-se uma metodologia que combina a quantificação e descrição do conjunto dos dados recolhidos em sala de aula. Neste ponto apresentarei a constituição da turma, descreverei sucintamente a metodologia de ensino utilizada nas aulas, incluindo uma breve nota sobre as tarefas matemáticas propostas no âmbito deste tópico, e os princípios norteadores da recolha e análise de dados.

## Constituição da turma

A turma estava constituída por 43 alunos – 3 homens e 40 mulheres – e funcionava em dois turnos. Um primeiro turno essencialmente constituído pelos alunos que foram colocados na licenciatura em Educação Básica na 1.ª fase de acesso ao ensino superior e um segundo turno constituído pelos alunos da 2.ª fase de colocações ou com reprovações anteriores na unidade curricular. O número de alunos presentes na globalidade dos dois turnos oscilou entre 28 alunos e 38 alunos, originando diferentes *universos* de recolha de dados de aula para aula.

## As aulas

As aulas teórico-práticas ocorreram às terças e quintas de manhã. No decorrer das aulas utilizei como metodologia de trabalho a apresentação de alguns apontamentos teóricos sobre a temática em estudo com propostas de tarefas matemáticas em suporte informático – powerpoint – ou em papel, seguido de resolução das tarefas propostas em grupos de 4 a 5 alunos, a pares ou individualmente. As resoluções dos grupos de alunos foram realizadas em folhas de acetato ou em folhas de desenho e posteriormente apresentadas e discutidas em grupo turma ou realizadas individualmente e apresentadas no quadro.

As tarefas matemáticas propostas aos alunos categorizam-se com especial incidência em exercícios e problemas. No tópico dos padrões, optei por propor um conjunto de tarefas matemáticas conducentes à compreensão da contagem em diversas situações e da regularidade e variação numa sequência numérica apoiada por contextos figurativos. Especificamente, optei por trabalhar: contagens em diversos contextos figurativos; padrões de repetição, dando especial importância à generalização das localizações dos elementos constituintes do motivo de repetição; e padrões de crescimento, com incidência na variação entre os termos da sequência numérica representada por elementos pictóricos.

Para avaliação contínua dos alunos na unidade curricular, defini, com eles, seis momentos avaliativos: quatro frequências realizadas durante as segundas horas de quatro das aulas, uma apresentação oral de uma tarefa matemática, no horário das orientações tutoriais, e a apresentação escrita de duas tarefas escolhidas num conjunto de seis tarefas matemáticas propostas. Na plataforma electrónica, os alunos tiveram acesso a todos os materiais e tarefas matemáticas realizadas nas aulas, bem como aos sumários e outra documentação bibliográfica sobre o ensino da álgebra e funções e aos resultados das avaliações.

**A recolha de dados**

No âmbito desta investigação sobre o desempenho dos meus alunos e, consequentemente, sobre o meu próprio desempenho enquanto professor, elaborei um inquérito, na primeira aula, aplicado a pares de alunos, que incluía um problema sobre padrões de crescimento. No decorrer das aulas recolhi as resoluções de todas as tarefas matemáticas resolvidas em grupos ou a pares e apresentadas ao grupo turma. Todos os testes e trabalhos referentes à avaliação foram naturalmente recolhidos, bem como alguns outros trabalhos com tarefas matemáticas realizados ao longo das aulas. O motivo da recolha dos dados foi comunicado aos alunos, desde a primeira aula, tendo sido realçado a importância de uma análise sistemática das suas produções matemáticas escritas com vista à definição de estratégias de ensino promotoras de sucesso educativo. Os dados recolhidos assentam exclusivamente nas produções escritas dos alunos, as quais constituem um arquivo documental sobre as realizações pessoais e em grupo, dos dois turnos considerados colectivamente. Nesta comunicação utilizarei apenas parte dos dados referidos, resultantes do tópico dos padrões em contextos figurativos.

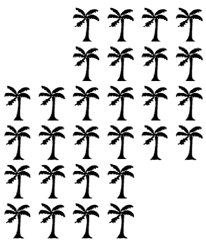
**A análise dos dados**

Numa primeira fase seleccionei e organizei os dados referentes à temática dos padrões em contextos figurativos e analisei-os quantitativamente por contagem de frequências atendendo às características do desempenho dos alunos, nomeadamente atendendo às resoluções correctas e às incorrectas. Na fase seguinte, analisei a referida selecção com o intuito de produzir um texto descritivo sobre os desempenhos e as dificuldades manifestadas pelos alunos no tópico de padrões em contextos figurativos. Os dados recolhidos foram sistematicamente analisados tendo por princípio a inclusão, no texto descritivo que corporiza a análise de dados, das produções matemáticas dos alunos que ilustram as suas resoluções correctas e incorrectas. O texto produzido de análise de dados referentes ao tópico de padrões em contextos figurativos inclui os subtópicos das contagens visuais, dos padrões de repetição e dos padrões de crescimento. O texto descritivo adiante apresentado tenta ilustrar as dificuldades manifestadas pelos alunos do 2.º ano da licenciatura em Educação Básica na aprendizagem de padrões em contextos figurativos e sugerir algumas estratégias de ensino tendo em vista o aprofundamento do conhecimento em álgebra dos futuros professores dos primeiros anos de escolaridade.

## Padrões em contextos figurativos

### Contagens Visuais

A abordagem dos padrões em contextos figurativos iniciou-se pelas contagens visuais, tendo por base a percepção global de um conjunto de elementos pictóricos. Optei por partir de diferentes tipos de composições figurativas, realçando a valorização das disposições rectangulares e triangulares. A visualização de conjuntos de elementos parece ser uma das estratégias promotoras da identificação de relações numéricas entre eles, apesar da imediata tradução das representações visuais em expressões numéricas. A tradução numérica resultou, num dos grupos de alunos, de uma organização visual da disposição de palmeiras[1], numa conjugação de relações numéricas com a respectiva representação figurativa:

[1]

Quantas palmeiras tem o xeque Al-Said no seu jardim?
Apresenta diferentes modos de as contar.
(Vale & Pimentel, 2009, p. 34)

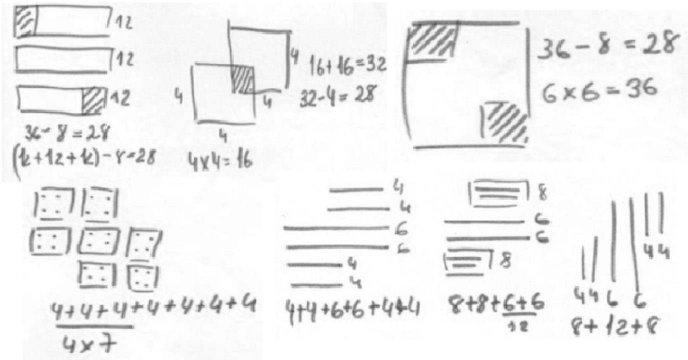



Figura 1. Resolução de um grupo de alunos da tarefa das palmeiras (Vale & Pimentel, 2009)

Os alunos identificaram essencialmente três tipos de estratégias de contagem por associação com diferentes representações visuais: retirar do todo, os elementos em falta; compor o todo, a partir de grandes partes; e contagens unitárias ou em pequenos grupos. No problema de «As luzes» (Vale & Pimentel, 2009, p. 32), os alunos foram confrontados com o pedido de duas expressões numéricas diferentes que traduzissem a contagem das luzes acesas:

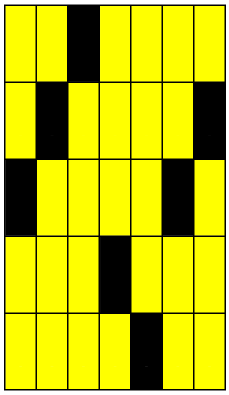


Figura 2. Problema «As luzes» (Vale & Pimentel, 2009)

Num total de 38 alunos, 30 alunos apresentaram a solução de retirar 7 luzes num total de 35 (7×5-7) [4 alunos não apresentaram qualquer expressão numérica], como resultado de uma visualização rectangular do todo, retirando os elementos em falta. Contudo, uma segunda expressão numérica representativa do número de luzes acesas foi substancialmente menos respondida, existindo apenas 13 alunos que apresentaram expressões numéricas traduzindo uma possível contagem das luzes, com base em contagens por linha ou por coluna. A percepção visual dos alunos em padrões figurativos parece condicionada por estruturas rectangulares, como neste caso da moldura das janelas, associadas à operação multiplicativa, ao invés de outro tipo de organização. Deste modo, parece de toda a pertinência o trabalho com contagens visuais a partir de disposições organizadas em diversas formas e segundo diversas orientações, como modo de promover uma maior diversidade na visualização de regularidades nos padrões em contextos figurativos.

### Padrões de repetição

A visualização destes conjuntos pictóricos parece contudo menos presente quando estamos perante um padrão de repetição em friso ou um padrão de crescimento em sequência. Os padrões de repetição foram trabalhos em grupo e discutidos em turma, a partir de diferentes exemplos que podem ser caracterizados pelos *motivos* de repetição como A, AB, ABC e AAB, não existindo dificuldades relevantes. Apenas um dos grupos de alunos seguiu um raciocínio errado de localização dos elementos num friso ao utilizar desadequadamente uma relação directamente proporcional, como forma de encontrar a localização dos elementos de um friso, tipo ABC, por duplicação das posições.

Perante um padrão de repetição com o *motivo* ABAC, os alunos não apresentaram significativas dificuldades na identificação dos elementos localizados em ordens pequenas nem nas posições pares ou ímpares. Contudo, na generalização das posições dos elementos C e B apresentaram diferentes alternativas, manifestando alguma dificuldade na definição da posição do elemento B. O padrão de repetição usado, foi retirado de Vale e Pimentel (2009), ilustrando uma sequência de tipo ABAC com castanhas, avelãs e folhas:

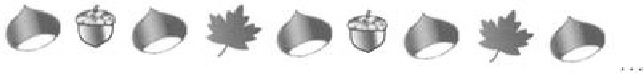


Figura 3. Padrão de repetição (Vale & Pimentel, 2009)

Em relação à posição das folhas (C), 28 (em 37) alunos responderam que a folha está posicionada nos múltiplos de 4 (utilizando também a notação $4n$, com $n$ número de *motivos* repetidos) e 3 alunos responderam na 4.ª posição, ignorando a continuidade da sequência. Os restantes 6 alunos, apesar de alguns referirem a ideia de 4 em 4, não responderam adequadamente à questão. A identificação de uma posição múltipla (neste caso de 4) não parece apresentar significativas dificuldades, por associação com os múltiplos de um número e as respectivas tabuadas da multiplicação.

Em relação à posição das avelãs (B), os números pares não múltiplos de 4 ou simbolicamente na posição $4n - 2$, com $n$ número de *motivos* repetidos, os alunos já apresentaram significativas dificuldades na explicitação desta situação. Dos 37 alunos, apenas 6 apresentaram a solução «pares não múltiplos de 4 (ou $4n - 2$)». Dos restantes, 3 alunos referem 2.ª posição, ignorando a sequência, e 5 alunos referem de 4 em 4 a partir do segundo termo. Mais de um quarto dos alunos (10) respondem na posição par ou múltipla de 2, integrando desadequadamente os múltiplos de 4. Os restantes alunos, apesar da ideia de 4 em 4, não apresentaram respostas adequadas ao problema.

Destes dois exemplos parece ser possível inferir que os alunos apresentam maiores dificuldades na caracterização de números que decorrem de um padrão que não são múltiplos de um número natural. Provavelmente este é um dos aspectos que é menos trabalhado ao longo da escolaridade no ensino básico e secundário e que carece de um maior conhecimento sobre as relações numéricas existentes para além dos múltiplos dos números associados, nos primeiros anos de escolaridade, às tabuadas de multiplicação. O reforço da generalização das relações numéricas entre números não múltiplos parece ser assim um dos objectivos a prosseguir em futuras abordagens de padrões de repetição em contextos figurativos com a estrutura de friso.

### Padrões de crescimento

Os padrões de crescimento apresentam outro tipo de generalizações e outro tipo de complexidades. No inquérito realizado na primeira aula, uma das questões requeria a determinação da relação existente entre o tamanho da árvore de natal e o número de luzes para qualquer árvore, em acordo com a sequência das árvores de natal (primeiros três termos):

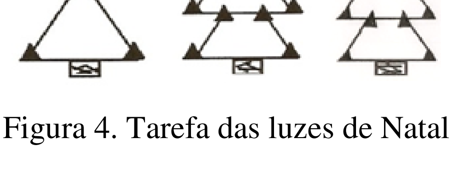


Figura 4. Tarefa das luzes de Natal

Dos 14 inquéritos, correspondendo a 28 alunos, 11 grupos de alunos definiram o número de luzes por recorrência indicado que a próxima árvore levaria mais 4 luzes do que a anterior, através da transposição verbal da regularidade recursiva visualizada. Estes grupos de alunos não tentaram ir além da constatação do acréscimo de 4 luzes em relação ao tamanho das árvores, denotando uma reduzida abordagem algébrica na resolução de problemas com padrões de crescimento, a par da inexistente utilização de simbologia algébrica. Dos restantes três casos, um não respondeu, o segundo escreveu que "*Quanto maior for a árvore mais luzes precisará*" e o terceiro utilizou a álgebra na resolução da tarefa. No caso deste último par de alunos, a notação simbólica utilizada parece ser demonstrativa do conhecimento algébrico das relações entre os objectos:

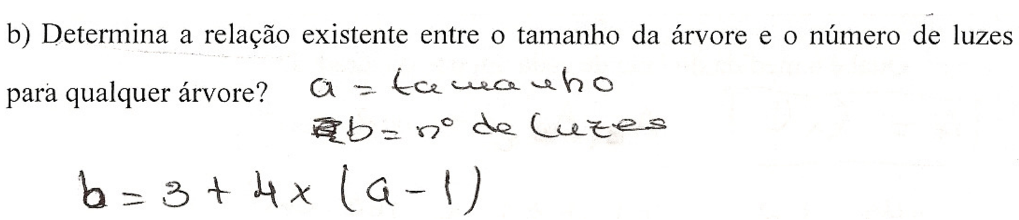

b) Determina a relação existente entre o tamanho da árvore e o número de luzes para qualquer árvore? a = tamanho
b = nº de luzes
b = 3 + 4 x (a - 1)

Figura 5. Resolução de um par de alunos à tarefa das luzes de Natal

No início da leccionação da unidade curricular apenas um grupo de dois alunos apresentou uma solução generalizável desta situação, através de uma expressão algébrica, o que pode supor que em situações problemáticas apenas um reduzido número de alunos recorreria ao *pensamento algébrico* na resolução de problemas de padrões de crescimento, não fazendo uso dos seus conhecimentos matemáticos no âmbito da álgebra.

O trabalho com regularidades conducentes a expressões do tipo $u_n = an + b$, não apresentou muitas dificuldades, dado que os alunos concentravam-se na regularidade das diferenças entre os termos e facilmente identificavam a expressão geral. O sucesso desta estratégia utilizada pelos alunos é igualmente referido em Alvarenga e Vale (2007). O problema dos morangos em v (Vale & Pimentel, 2009, p. 16), esquematicamente representados os primeiros três termos, foi proposto aos alunos tendo em vista a sua generalização:

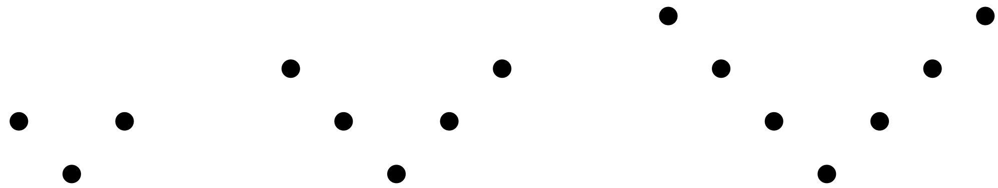


Figura 6. Problema dos morangos em v (Vale & Pimentel, 2009)

A maioria dos alunos (30 em 37) não apresentou dificuldade na representação do termo de ordem n como sendo $u_n = 2n + 1$, por utilização do método das diferenças entre termos consecutivos. De entre os erradamente resolvidos surgiu uma relação verdadeiramente interessante, apesar de incorrectamente solucionada. Uma das alunas associou esta regularidade aos primeiros números primos ímpares, propondo para quarto termo o v com 11 morangos, originando uma sequência diferente não generalizável.

Apesar do reconhecimento do termo geral, os alunos não assumiram o facto de que todos os termos desta sequência são necessariamente ímpares. Perante a questão «Qual o termo que tem 102 morangos?», só dois alunos afirmaram que não existia nenhum termo com 102 morangos por este ser par, sem efectuar cálculos. Dos restantes, a esmagadora maioria dos alunos efectuou os cálculos através da equação $2n + 1 = 102$, obtendo $n = 50{,}5$, tendo concluído que: não existe nenhum termo com 102 morangos (7 alunos); que o termo é o de ordem 50 (8 alunos); que o termo é o de ordem 51 (3 alunos) e que o termo é o de ordem 50,5 (3 alunos).

Estes dados parecem indicar que, apesar de $n$ representar um número natural, é legitimo transformar 50,5 em 50 ou 51 numa situação problemática, sem atender às características do conjunto dos números naturais. Este caso pode ilustrar a utilização sem sentido do símbolo $n$ ou resultar de uma inadequada apropriação do conceito de padrão de crescimento e da sua relação com as regularidades numéricas, particularmente, neste caso, com os números ímpares superiores a um.

Um outro aspecto a realçar decorre da transformação imediata das representações pictóricas em representações numéricas pelos alunos, sem se apropriarem da *visão* do contexto figurativo do padrão, o que pode transformar a identificação da lei de formação num processo de tentativa e erro entre a expressão algébrica e os valores numéricos. Num estudo com futuros professores, referido em Alvarenga e Vale (2007), envolvendo exploração de padrões em contextos numéricos e figurativos, os investigadores Rivera e

Becker, concluíram que a maioria dos participantes no estudo apresentou soluções numéricas, desvalorizando as informações fornecidas pelas figuras.

No problema das sequências dos Zs, a partir da representação pictórica representada, foi, proposto aos alunos do 2.º ano da licenciatura em Educação Básica, a determinação do termo geral da regularidade numérica:

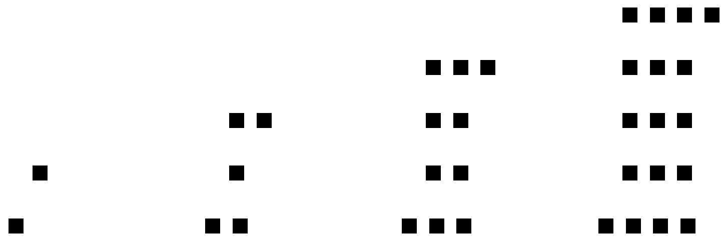


Figura 7. Problema das sequências dos Zs.

A maioria dos grupos de alunos resolveram o problema transformando os Zs numa sequência numérica e tentando, a partir dela, construir o termo geral:

2 quadrados $= 1 + 1 = 1^2 + 1$

5 " $= 4 + 1 = 2^2 + 1$

10 " $= 9 + 1 = 3^2 + 1$

17 " $= 16 + 1 = 4^2 + 1$

26 " $= 25 + 1 = 5^2 + 1$

Figura 8. Exemplo de resolução dos alunos à tarefa dos Zs.

Dois dos grupos, de quatro alunos cada, não foram além da concretização dos termos seguintes, revelando uma reduzida capacidade de *generalização distante* nas situações mais complexas. Decorrente desta tarefa matemática, apenas um dos grupos utilizou uma estratégia visual de determinação do termo de ordem n, como resultado da combinação de um quadrado de lado *n – 1* com duas linhas de dimensão n:

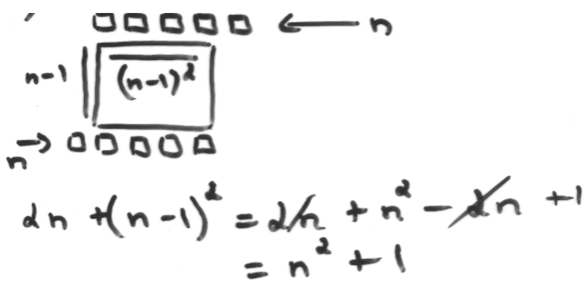



Figura 9. Resolução de um grupo à tarefa dos Zs recorrendo a uma estratégia visual

Nas situações em que a análise dos dados através da existência de regularidades, nas diferenças ou nos quocientes inteiros entre termos consecutivos, auxilia a determinação do termo geral parece existir um número significativo de alunos que recorre a essas relações sem tentar olhar o padrão segundo uma leitura figurativa, para além dos que não apresentam qualquer percepção visual da relação entre as quantidades numéricas. Num problema inspirado no triângulo de Sierpinski, os grupos de alunos transformaram os dados em relações numéricas, utilizando a representação pictórica apenas para ilustrar a contagem:

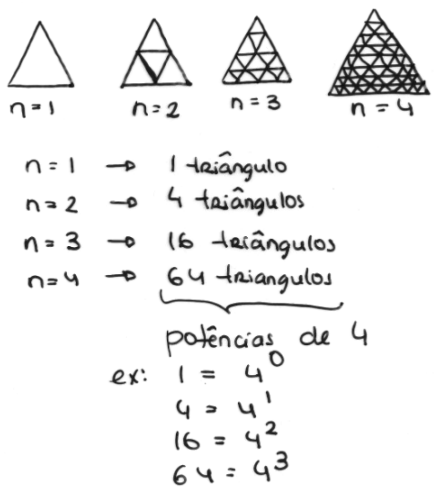



Figura 10. Exemplo de resolução dos alunos do problema inspirado no triângulo de Sierspinski

A leitura algébrica dos padrões em contextos figurativos surge de modo muito incipiente entre os alunos, devido à rápida transformação numérica dos padrões visuais e à ausência de uma visão transformadora dos elementos da sequência para além da identificação do número de elementos constituintes de cada termo. Deste modo, parece relevante apostar numa maior incidência na contagem visual dos elementos de um termo e na identificação visual da variação dos termos de um padrão em contexto figurativo.

## Considerações finais e sugestões para a formação para a docência

O *pensamento algébrico* não parece surgir entre um número significativo de alunos, mesmo após a escolaridade básica e secundária, o que nos remete para a necessidade de reconstrução do conhecimento algébrico, através de tarefas isomorfas às indicadas para o ensino e a aprendizagem da matemática nos primeiros anos, dos alunos que frequentam uma licenciatura conducente à profissão docente.

Um certo sentido de *pensar matematicamente* como o definir de uma regularidade numérica para além dos múltiplos de um número, o sentido crítico em relação aos dados e aos resultados e o generalizar visualmente e analiticamente um padrão pictórico, parecem ser algumas das dificuldades manifestadas pelos alunos neste estudo no tema de padrões em contextos figurativos.

A contagem visual em diferentes contextos e formas deve surgir como uma actividade auxiliadora da identificação de regularidades e variações em padrões de repetição e de crescimento. Nesta óptica, devemos promover diversos modos de contagem, com o auxílio de modelos rectangulares e triangulares, a par de outras formas não normalizadas.

A identificação de localizações, num padrão de repetição, para além dos múltiplos de um número, parece ser uma estratégia apropriada para expandir os conhecimentos dos alunos na caracterização algébrica dos números e das suas relações. Assim, devemos associar a localização de cada elemento do padrão às propriedades numéricas relacionadas com a estrutura multiplicativa do *motivo* de repetição.

A visualização das partes constituintes dos termos de um padrão de crescimento pode favorecer uma leitura de generalização para além da identificação e manipulação numérica dos termos de uma sequência numérica crescente. Deste modo, parece oportuno valorizar a constituição figurativa de cada termo e a visualização da alteração entre termos consecutivos.

Em contexto de formação de professores, a análise e discussão sobre a generalização dos padrões deve ser acompanhada por um trabalho sistemático de valorização da visualização e discussão sobre as partes constituintes dos elementos de um padrão, bem como da manutenção ou alteração dos elementos constituintes dos padrões de repetição e de crescimento.

## Referências


Alvarenga, D., & Vale, I. (2007). A exploração de problemas de padrão: um contributo para o desenvolvimento do pensamento algébrico. *Quadrante 16*(1), 27-55.

Canavarro, A. P. (2007). O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos. *Quadrante 16*(2), 81-118.

Devlin, K. (2002). *Matemática. A ciência dos padrões*. Porto: Porto Editora.

Kaput, J. (2008). What is Algebra? What is algebraic reasoning?. In J. Kaput, D. Carraher, & M. Blanton (Eds.), *Algebra in the Early Grades* (pp. 5-17). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Mason, J. (1996). Expressing Generality & Roots of Algebra, in Bednarz, N. Kieran, C. & Lee, L. (Eds.) *Approaches to Algebra: perspectives for research and teaching* (pp. 65-86). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic.

ME (2002). *Orientações Curriculares para a Educação Pré-escolar*. Lisboa: ME/DEB.

ME (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: ME/DGIDC.

NCTM (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática (Edição original em inglês, 2000).

Ponte, J. P. (2005). Álgebra no currículo escolar. *Educação e Matemática*, 85, 36-42.

Ponte, J. P., Branco, N., & Matos, A. (2009). *Álgebra no ensino básico*. Lisboa: ME/DGIDC.

Ponte, J. P., & Branco, N. (2010). A Álgebra na Formação Inicial de Professores dos Primeiros Anos: Uma experiência de formação. In *Desafios teóricos e metodológicos – IENJIE Encontro nacional de jovens investigadores em educação*. Aveiro: UA.

Silvestre, A., Faria, A., Sousa, H., Cristo, I. Santos, I., Molarinho, M., & Veladas, M. (2010). Sequências Pictóricas: Estratégias de generalização dos alunos de 2.º, 3.º e 5.º anos in *O Professor e o Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: APM - GTI

Stacey, K. (1989). Finding and using patterns in linear generalising problems. *Educational Studies in Mathematics*, *20*(2), 147-164.

Vale, I., & Pimentel, T. (2005). Padrões: Um tema transversal do currículo. *Educação e Matemática*, 85, 14-20.

Vale, I., & Pimentel, T. (2009) (Coords). *Padrões no ensino e aprendizagem da matemática. Propostas curriculares para o ensino básico*. Viana do Castelo: ESE/IPVC.