“PARA PASSAR DE DM^2 PARA CM^2 TENHO DE ANDAR DUAS CASAS!” CONHECIMENTO DO PROFESSOR E POSSÍVEIS IMPLICAÇÕES NAS APRENDIZAGENS ACTUAIS E FUTURAS DOS ALUNOS

C. Miguel Ribeiro
Centro de Investigação sobre o Espaço e as Organizações (CIEO)
Universidade do Algarve
cmribeiro@ualg.pt

Resumo

A maioria das investigações que têm sido reportadas nos Encontros e Seminários de Investigação em Educação Matemática abordando o tema da Álgebra – e/ou alguns aspectos relacionados (e.g. pensamento/raciocínio algébrico, generalização, tensão entre comportamento aritmético e algébrico) centram-se essencialmente nos alunos (ou nos futuros professores), no que estes fazem, como o fazem e porque o fazem. Considero uma outra perspectiva, focando o conhecimento do professor envolvido na prática. Esta opção prende-se, com um questionamento contínuo sobre a minha própria prática, e a formação facultada aos professores (actuais ou futuros) mas também com a aceção de que o fundamentar a formação numa base de evidências emergente da prática possibilitará a que os professores se sintam mais preparados para uma mais ampla multiplicidade de situações. Nesta investigação o conhecimento do professor é encarado na perspectiva do *Mathematical Knowledge for Teaching* (MKT). Após uma breve referência a distintas conceptualizações sobre o conhecimento do professor de matemática apresento e discuto o MKT revelado (ou ausente) num episódio de uma aula do quarto ano de escolaridade envolvendo conversões entre subunidades padrão de área. Esta discussão permitiu analisar distintos aspectos do MKT envolvidos (não apenas algébricos), mas também equacionar outros que se lhe encontram associados (mesmo que indirectamente). Termino com algumas potencialidades do tipo de discussão efectuado para a formação de professores e para o desenvolvimento de um conhecimento relacional por parte dos alunos.

Palavras-chave: Prática lectiva, Conhecimento matemático para o ensino, Conexões algébricas e geométricas, 1.º ciclo.

Introdução

A revisão dos trabalhos apresentados nos últimos Encontros e Seminários de Investigação em Educação Matemática na Península Ibérica (EIEM, SIEM e SEIEM) revela que o tema de Álgebra se encontra presente em todos[1] (e.g. Castro & Godino, 2008; Matos, Silvestre, Branco & Ponte, 2008; Vale, Palhares, Cabrita & Borralho,

[1] Esta presença ocorre, naturalmente, com maior incidência no EIEM subordinado ao tema: Números e Álgebra na aprendizagem da matemática e na formação de professores.

2006). Todas as investigações, que se supõe serem ilustrativas do tipo/foco privilegiado pelos investigadores deste meio, incidem, essencialmente, nos alunos (e.g. Azevedo & Migueis, 2006; Matos et al., 2008). Fazem-no tanto em termos do raciocínio/compreensão como relacionando-o com outros tópicos ou com o que se denomina actualmente de capacidades transversais (Ponte, Serrazina, Guimarães, Breda, Guimarães, Sousa, Menezes, Martins & Oliveira, 2007). Raras são as que se debruçam sobre o conhecimento dos professores, e as que existem interessam-se pela formação inicial (e.g. Vale et al., 2006).[2]

O protagonismo dado às (possíveis) aprendizagens dos alunos, e factores que as possam promover, tem marginalizado o papel do professor e do seu conhecimento no processo de ensino-aprendizagem e no que toca à preparação e implementação das tarefas a propor aos alunos. A incidência no conhecimento matemático do professor envolvido no ensino dos distintos temas matemáticos (Ball, Thames & Phelps, 2008; Hill, Rowan, & Ball, 2005), na preparação e implementação de tarefas matematicamente ricas e desafiadoras (Stein, Smith, Henningsen & Silver, 2000) bem como nas tarefas de ensinar matemática (Thames, 2009) e nas formas/processos de os inter-relacionar, permitirá, por um lado, discutir o tipo/natureza do conhecimento necessário e suficiente para a exploração das tarefas com os alunos, no sentido de permitir, aos professores, uma efectiva e profícua compreensão do que fazem, porque o fazem e como o fazem. Por outro lado, permitirá iluminar de forma mais proveitosa a formação actual e futura dos professores, focando alguns aspectos efectivamente centrais e matematicamente críticos na prática.

Para uma ampliação do entendimento sobre o conhecimento do Professor, e também para melhorar a formação e a prática docente, é essencial saber quais as áreas do conhecimento matemático em que estes se encontram mais deficitários. Conhecer mais profundamente essas áreas, e as situações em que podem ocorrer na sala de aula poderá conduzir (Ribeiro & Carrillo, 2011b) a uma reestruturação dos programas de formação, na sua essência mas também no seu foco. Permitirá também uma maior tomada de consciência por parte dos professores do seu próprio conhecimento e do seu papel na

---

[2] Na mesma linha vão também os trabalhos apresentados, por exemplo, no último CERME (CERME 7), abarcando aqui a totalidade dos "níveis de escolaridade", incluindo o Pré-Escolar (e.g. Barbosa (2011), Mellone (2011) e Pytlak (2011)).

prática e nas oportunidades de aprender (Hiebert & Grouws, 2007) facultadas aos alunos.

Uma das questões/inquietações que se me tem levantado prende-se com o tipo, forma e natureza do conhecimento matemático dos professores revelado no exercício da sua actuação, expresso no decurso de uma entrevista e/ou envolvido na abordagem a determinado(s) conteúdo(s). Adopto, aqui, a perspectiva de Ball et al. (2008) e Hill, Rowan e Ball (2005) e do que denominam de *Mathematical Knowledge for Teaching* (MKT).

Com este texto, parte de uma investigação mais ampla, pretende-se contribuir para a obtenção de uma mais abrangente compreensão sobre o papel do MKT na prática do professor do 1.º Ciclo, de como a influencia em cada momento e que implicações dai podem advir na perspectivação de abordagens futuras de um mesmo tópico e/ou de distintos tópicos ao longo da escolaridade. Tendo como ponto de partida um episódio de apresentação de um conteúdo que, à primeira vista parece estar associado apenas à Geometria e Medida (relações/equivalência entre dm^2 e cm^2) mas que, na conceptualização do conhecimento do professor adoptada se encontra, obviamente, imbricado com o tema da Álgebra, analiso e discuto o papel desempenhado pelo MKT na prática, como poderá potenciar, reduzir ou condicionar as hipotéticas oportunidades de aprender e determinadas formas de encarar os tópicos matemáticos por parte dos alunos, expandindo/limitando as suas aprendizagens tanto actuais como futuras.

Algumas notas teóricas

O conhecimento do professor pode ser encarado sob distintas perspectivas, assumindo os trabalhos desenvolvidos pelo grupo liderado por Lee Shulman (e.g. Shulman (1986)) um relevo preponderante na definição dessas perspectivas e no modo de conceptualizar esse conhecimento. Também os Educadores Matemáticos se debruçaram sobre o tema, dando origem a distintas conceptualizações relativamente ao conhecimento matemático dos professores de matemática. De entre as conceptualizações emergentes, três têm-se demarcado[3]: *Mathematics for Teaching* (Davis & Simmt, 2006) foca-se no professor numa perspectiva teórica, considerando uma interpretação sistemática da complexidade

[3] Existem outras conceptualizações mas que se focam, concretamente, no conhecimento didáctico do conteúdo (e.g. Krauss, Brunner, Kunter, Baumert, Blum, Neubrand & Jordan (2008)).

da prática com o intuito de compreender como estes aprendem; *Knowledge Quartet*[4] (Rowland, Huckstep, & Thwaites, 2005) fundamenta-se na prática e as suas dimensões emergem de uma análise que recorre à *Grounded Theory* (Glaser, 1978), conjuga conhecimentos e crenças, focando-se, assim, no que os professores efectivamente sabem, no que acreditam e como as oportunidades para aumentar o conhecimento podem ser identificadas. Por fim, *Mathematical Knowledge for Teaching* (Ball et al., 2008; Hill et al., 2005) incide sobre o conhecimento profissional que os professores devem possuir para desenvolver o que denominam de tarefas de ensinar matemática (Thames, 2009).

Optei pela conceptualização do MKT pois pretendo identificar, a partir da prática, que conhecimento o professor emprega e quais as oportunidades desperdiçadas a cada momento. Esta opção tem também em conta o facto de esta conceptualização atribuir uma orientação muito específica ao conhecimento matemático do professor, salientando o raciocínio matemático implícito nas tarefas de ensinar.

Como parte do desenvolvimento desta conceptualização, o grupo liderado por Ball considera os domínios do conhecimento do conteúdo e conhecimento didáctico do conteúdo subdivididos, cada um deles, em três subdomínios (cf. Figura 1, abaixo). Por agora, Ball et al. (2008) incluem o conhecimento curricular no conhecimento didáctico do conteúdo.

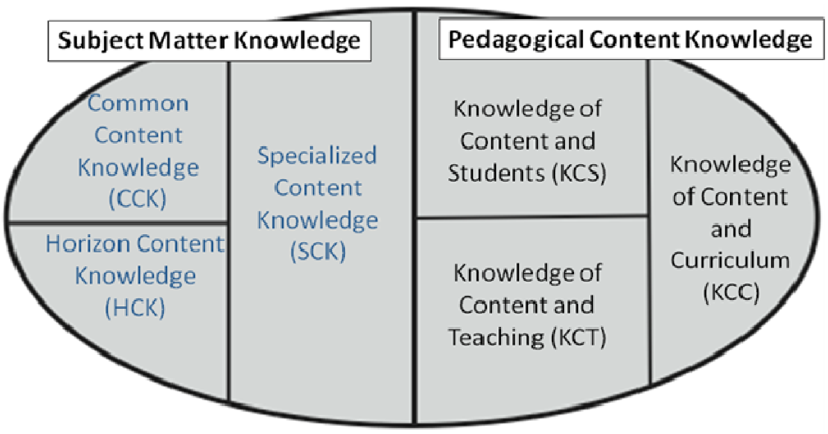

Figura 1: Subdomínios do conhecimento matemático para o ensino (MKT) (Ball et al., 2008, p. 403)

[4] É composto por quatro dimensões: *foundation*, *transformation*, *connection* e *contingency*.

Assim, para além de um conhecimento do conteúdo que permita *saber fazer* para nós próprios (CCK)[5], cumpre também ao professor *saber para ensinar a fazer* (SCK), que envolve, entre outros, o saber que possibilita dizer se algo está correcto ou incorrecto mas conhecer também o porquê dessa (in)correcção e conhecer distintas representações para um mesmo conteúdo[6]. No HCK incluem o conhecimento de como os diversos conteúdos evoluem ao longo da escolaridade, ao qual eu associo também o conhecimento relativo às conexões e possíveis conteúdos que podem assumir esse papel[7].

Incluído no conhecimento que se relaciona mais com a exploração/abordagem dos conteúdos, embora intrinsecamente relacionado com o conhecimento do conteúdo, concebem o KCT como o conhecimento envolvido, por exemplo, para decidir a sequência das tarefas, o exemplo com que iniciar, bem como a utilização de distintas estratégias e representações para abordar os conteúdos. Relativamente ao KCS, associam-no ao conhecimento que permite antecipar os pensamentos, dificuldades/facilidades dos alunos e ouvir e interpretar os seus comentários. Seguindo também Shulman (1986, p. 10) relativamente ao KCC, defendem que os professores devem ter uma visão completa da diversidade de programas concebidos para o ensino de determinados temas e tópicos em determinado nível/ano de escolaridade e da variedade de materiais didácticos disponíveis.

Apenas sendo detentores de um sólido, amplo e completo MKT poderão os professores desenvolver tarefas promotoras do desenvolvimento nos alunos de um pensamento algébrico nas suas múltiplas formas imbricadas (Kaput, 1999), desde a exploração de situações aritméticas conduzindo a uma generalização, até ao trabalho com regularidades, envolvendo situações numéricas, pictóricas, ou outras, a sua combinação e/ou navegação entre essas representações, que permita generalizar relações funcionais.

[5] Um exemplo será o de saber determinar o resultado de uma multiplicação recorrendo ao algoritmo, ou saber como se escreve um decímetro quadrado em linguagem matemática.

[6] Um exemplo do conhecimento aqui incluído prende-se com o saber que as unidades padrão de área não se encontram associadas à forma em que estas se representam ou que a sua representação escrita não se pode associar à leitura de potências.

[7] Por exemplo, saber que a multiplicação de números decimais (tanto na representação pictórica como através *do* algoritmo) se encontra em estrita relação com a noção/conceito de (sub)unidade padrão de área.

Metodologia e contexto

A Álgebra é um dos temas que surgiu de forma explícita no Programa do Ensino Básico (Ponte, et al., 2007), não sendo também por isso até então reconhecido pelos professores como tema em si. Porém, ao abordar o conhecimento profissional do professor, o assumir como um dos focos o conhecimento algébrico (e/ou associado), surgiu como algo natural e desafiante, também por este ser um dos temas que quando questionados sobre o trabalho que efectuam e objectivos que perseguem associados a este tema, os professores do 1.º Ciclo com quem tenho vindo a trabalhar salientarem que este "é *fácil de abordar pois apenas têm de ensinar os alunos a efectuar correctamente as operações*", reduzindo-o, assim, à manipulação de símbolos.

Este trabalho é parte integrante de uma investigação envolvendo duas professoras do 1.º Ciclo (Maria e Ana), que aborda o conhecimento profissional do professor com o desígnio de obter informações que esclareçam a compreensão das interacções entre as dimensões consideradas centrais do conhecimento profissional e de como essas dimensões (e suas relações) evoluem ao longo do tempo[8]. Por pretender alcançar esse mais amplo entendimento, o interesse não está centrado nos próprios casos, mas sim nas informações que destes podem advir e que permitam aumentar o nível e profundidade de compreensão em relação a esses fenómenos. Com esse intuito, e considerando as características referidas por Stake (2000, 2005), estes dois estudos de caso são considerados na perspectiva de estudos de *caso instrumental*, uma vez que têm por intuito obter, a partir dos mesmos, uma melhor compreensão sobre os fenómenos em estudo e efectuar algum tipo de teorização. A natureza do objecto de estudo e dos objectivos da investigação ditou a escolha da metodologia (de cariz interpretativo, combinada com o estudo de caso) bem como dos instrumentos de recolha (gravações áudio e vídeo, entrevistas, artefactos) e análise de informação. Foram gravadas aulas em três momentos distintos de introdução de novos conteúdos, focando a actuação docente na prática, complementarmente à observação *in situ* e às conversas informais antes e após cada aula com o intuito de obter a imagem da lição (Schoenfeld, 1998) – antevisão sobre o que iria e como iria decorrer a aula – e complementar as primeiras análises efectuadas. A partir das gravações áudio, obtiveram-se as transcrições das aulas,

[8] Nesse estudo amplo as professoras participavam num trabalho colaborativo realizado a três e simultaneamente, no Programa de Formação Contínua em Matemática para professores do 1.º e 2.º Ciclos. As discussões e reflexões ocorridas no grupo colaborativo serão foco de análise noutro local (e.g. Ribeiro, em preparação).

complementadas com a visualização do vídeo, permitindo registar as interacções entre professora e alunos (e.g. Sherin, 2004), o que serviu de base para a divisão das aulas em episódios – associados a um objectivo (matemático) específico (e.g. Schoenfeld, 1998). Em cada um desses episódios identificou-se o MKT revelado na prática, discutindo e equacionando o demais conhecimento associado a cada situação mas que, por algum motivo (e.g. associado à professora, ao contexto) não surgiu, correspondendo a *(hipotéticas) oportunidades perdidas*.

O MKT é encarado como um todo encontrando-se os seus subdomínios intrinsecamente imbricados, sendo, portanto, indissociáveis e com fronteiras ténues e articuladas. Pela perspectiva adoptada, aqui foco-me essencialmente no domínio do conhecimento do conteúdo, efectuando um esforço por reconhecer situações matematicamente críticas reveladas na prática, encarando-as como uma oportunidade para aprender (Hiebert & Grouws, 2007). Exploro causas possíveis para essas ocorrências, discutindo o possível impacto dessas situações críticas em termos de prováveis condicionantes da acção docente e do possível impacto nas futuras aprendizagens dos alunos. Com essa discussão almejo contribuir para com algumas questões e conceptualizações que permitam melhorar a formação – focando, entre outros, aspectos com os quais os professores se identificam (Tichá & Hošpesová, 2006), promovendo uma mais profícua reflexão e consciencialização da prática e dos factores que a influem.

Análise e discussão do conhecimento do professor na e para prática

No episódio que se ilustra abaixo, o objectivo é o de apresentar relações/equivalência entre dm^2 e cm^2. Na análise e discussão, abordo o impacto que do MKT (fundamentalmente no domínio do conhecimento do conteúdo) parece ter na exploração da situação, no tipo de relações efectuadas (ou possíveis de efectuar, mas não efectivadas) bem como nas hipotéticas aprendizagens dos alunos em temas futuros (directa ou indirectamente relacionados). Consideremos então a seguinte situação:

> Ana distribui pelos alunos um quadrado com 1*dm* de lado e pede-lhes para medirem os comprimentos dos lados, referindo que "*isto [mostrando o quadrado] é 1*dm^2 *pois é um quadrado com 1dm de lado*" – ao mesmo tempo escreve no quadro 1dm^2. Posteriormente os alunos representam "*num dos cantos do quadrado, um outro quadrado com 1cm de lado*" e exploram (por contagem por linhas ou colunas) o número de quadrados com 1*cm* de lado necessários para cobrir a superfície do

> quadrado maior ($1dm^2$), concluindo que "*são necessários* $100cm^2$ *para cobrir o quadrado com 1dm de lado*". A exploração termina com Ana a escrever no quadro a expressão $1dm^2=100cm^2$ e concluindo: "*sempre que quero passar de* dm^2 *para* cm^2 *tenho de andar duas casas*".[9]

Este tipo de situação levou-me a equacionar o conhecimento matemático para ensinar que proporcionasse aos alunos uma efectiva e correcta compreensão da matemática envolvida, considerando a situação na perspectiva dupla da Geometria e Medida e da Álgebra. Esse conhecimento influencia a natureza das tarefas preparadas e como são implementadas na sala de aula, particularmente no que concerne à regulação da exigência matemática (Charalambous, 2008). Pertence, assim, ao núcleo central do conhecimento envolvido na efectivação da preparação e implementação de tais tarefas matematicamente ricas e desafiadoras com o fito de permitir aos alunos relacionar ideias matemáticas, fornecendo-lhes a oportunidade de efectuarem aprendizagens matematicamente significativas, fundamentadas em pressupostos matemáticos universais, que lhes permita dar sentido, também, às aprendizagens futuras, isto é, à evolução dos tópicos ao longo da escolaridade, aqui também no sentido de aprendizagem ao longo da vida.

Em termos do MKT, este episódio torna evidentes alguns dos subdomínios considerados por Ball et al. (2008), pertencendo, também, ao grupo de situações consideradas matematicamente críticas, e a partir das quais poderemos aprender. Ilustra a presença de um conhecimento relativo a saber escrever decímetro e centímetro quadrado (dm^2 e cm^2) e conhecer as equivalências entre estas duas subunidades padrão de área, em termos das quantidades necessárias para, por sobreposição, cobrir a maior[10].

Por outro lado, as subunidades de área são associadas à figura geométrica quadrado e à forma como a leitura é efectuada (como se de uma potência se tratasse). Sob esta perspectiva, o "*quadrado*" é encarado, portanto, simultaneamente, e numa mesma situação, como figura geométrica, como unidade padrão de medida de área e como resultado do produto de uma variável por si própria. Esta simultaneidade de interpretações para uma mesma palavra ("*quadrado*"), e a não utilização de definições matematicamente válidas/adequadas[11] poderá condicionar, um pleno entendimento por

[9] O mesmo tipo de situação foi utilizado para explorar "a relação entre cm^2 e mm^2".

[10] Num outro episódio explora esta equivalência em termos de que porção da maior corresponde à menor.

[11] O que se entende por uma definição matematicamente válida/adequada poderá variar ao longo da escolaridade, devendo, no entanto, estas irem sendo construídas por aglutinação e não por sobreposição.

parte dos alunos do que é e a que corresponde efectivamente $1dm^2$. Tal "confusão" poderá potenciar concepções erróneas aquando, por exemplo, do recurso à álgebra como forma de determinar áreas de polígonos ao serem fornecidas as medidas dos seus lados[12], associando-o à instrumentalização/manipulação de símbolos, sem se questionar sobre motivos matemáticos subjacentes à origem da explicação matemática.

Estas interpretações múltiplas, por serem geradoras de "confusão", ao influenciarem a regulação (manutenção) de um elevado nível e exigência cognitiva das tarefas que prepara e implementa (Charalambous, 2008), encontram-se, expectavelmente, associadas a uma limitação das oportunidades para que, de forma matematicamente válida, os alunos alcancem uma efectiva compreensão de regularidades e relações; representem e analisem situações matemáticas e estruturas, recorrendo a simbologia algébrica (tal como é referido pelo NCTM (2000) como alguns dos aspectos que a abordagem ao tema da Álgebra deverá possibilitar). Um não questionamento sobre a origem dos conteúdos nem dos fundamentos matemáticos em que estes se baseiam (apenas saber fazer) conduz ao perder a oportunidade de explicar aos alunos o(s*) porquê(s)* de terem de ser consideradas duas casas decimais[13] sempre que se pretendem exprimir áreas utilizando subunidades padrão distintas.

A análise ao MKT associado a esta situação leva também ao equacionar sobre distintas implicações que podem advir do facto de estas "confusões" persistirem no conhecimento da professora e consequentemente dos alunos. Uma sua manutenção irá condicionar a(s) formas de entender alguns dos temas futuros que neste se fundamentam, ou que com ele se poderiam (deveriam) relacionar. Por exemplo, a representação pictórica e algébrica de padrões e generalizações (e.g. Barbosa, 2011) e a resolução de problemas envolvendo a determinação da área de polígonos ou o volume de sólidos com verdadeira compreensão por parte dos alunos não apenas da resolução de problemas em si, mas também na perspectiva do seu pensamento e raciocínio algébrico. E, ainda, o entendimento do motivo pelo qual ao multiplicarem duas

[12] Esta confusão, associada a uma dificuldade em explicar o papel do 2 na escrita das (sub)unidades padrão de área (Ribeiro & Carrillo, 2011b), não sendo colmatada, poderá impedir a apresentação e exploração de explicações apropriadas e matematicamente ricas e significativas de modo a tornar os conteúdos compreensíveis para os alunos. Associando a Álgebra exclusivamente à manipulação de símbolos, encaram a determinação da área (Ribeiro, em preparação) como mais uma regra onde, sabendo operar os processos algébricos envolvidos, facilmente, se determina a área de um qualquer rectângulo, sendo, portanto, suficiente multiplicar duas medidas de comprimento.

[13] A que correspondem e que significado têm do ponto de vista da construção matemática do conceito de área.

determinadas quantidade expressas em décimas obtêm uma determinada quantidade expressa em centésimas (Ribeiro, 2009).

Estes conhecimentos do conteúdo (tipo e natureza) influem, obviamente, nas estratégias que utiliza e considera adequadas na sua exploração, bem como no tipo de questões e dificuldades dos alunos que antecipa. A utilização de uma representação única e de exemplos *pouco potentes* limitam a compreensão dos alunos sobre os motivos de se considerarem duas casas decimais sempre que se converte uma determinada subunidade de medida padrão de área na anterior/seguinte, associando a conversão apenas à contagem de casas decimais que têm de ser percorridas (por memorização) – álgebra pela álgebra e sem ligação com a situação concreta.

Estas formas de abordar o conteúdo condicionam o conhecimento dos alunos sobre o tema e limitam o seu pensamento/raciocínio algébrico pois as aproximações a efectuarem centrar-se-ão na manipulação de símbolos per si, mesmo em situações que as tarefas propostas sejam consideradas "*didacticamente emocionantes*". Contudo, pelas evidências de MKT, tais propostas serão, expectavelmente, "*matematicamente pouco exigentes*" (e.g. Ribeiro & Carrillo, 2011a), desafiadoras e promotoras de um tal raciocínio algébrico e relacional – tanto numa perspectiva de aritmética generalizada como de um pensamento funcional (Kaput, 1999).

Algumas notas finais e potencialidades implicações para a formação

Centrando-se nas aprendizagens dos alunos, Mason, Stephens e Watson (2009) referem que estes manifestam *consciência de*, ou *atenção à estrutura* quando se começam a focar nos aspectos invariantes e variantes, ou seja, quando *se habituam a considerar a invariância no seio da mudança* (p.13). Este hábito advém, também, das experiências com que são confrontados e lhes permitem integrar no seu saber novos conhecimentos. Daí, também, a importância de se estudar o conhecimento do professor relativamente a essa consciência e atenção à estrutura, que torne posteriormente possível este tipo de perspectiva e a aquisição/desenvolvimento de *hábitos mentais* (Corno, 1988) nos alunos. Apenas se os professores estiverem habilitados a, por exemplo, responder a questões de "porquê" e a encontrar e gerar exemplos que permitam discutir temas matemáticos concretos e explorar as situações de forma matematicamente eficiente e promotora de uma consciência e chamada de atenção para a estrutura, poderão facultar aos alunos oportunidades para que também eles o possam fazer. A aquisição e/ou desenvolvimento destes *hábitos de mente* associa-se também ao à-vontade que cada professor possui, ou julga possuir, em cada uma das dimensões do conhecimento (e em todas de forma interligada, pois as suas fronteiras são de difícil delimitação – e.g. Ball et al., 2008) pois estas moldam a forma como actua em cada uma das situações com que é confrontado, o tipo e natureza das tarefas que prepara (matematicamente ricas ou não), e o modo como as implementa, mantendo, ou não, a sua riqueza cognitiva – no sentido do referido por Stein et al. (2000). Este conhecimento, e a sua natureza, entra assim em jogo, e influi directamente na persecução de cada um dos objectivos na forma como isso ocorre e nas oportunidades de aprender (Hiebert & Grouws, 2007) facultadas ou não.

A análise e evidências apresentadas pretendem identificar alguns aspectos que, à primeira vista, poderiam parecer afastados dos conteúdos/explorações/tarefas promotoras de pensamentos/raciocínios algébricos, mas que se encontram efectivamente associadas. Este tipo de análise não pretende, de forma alguma, avaliar a prática desta professora, nem tampouco identificar as carências de conhecimento ou as oportunidades perdidas em si. Procura, sim, entender a sua lógica e os seus fundamentos, promovendo a reflexão sobre alguns elementos constituintes do conjunto de aspectos chave na formação de professores, daí também a opção de efectuar na investigação mais ampla, um estudo de casos instrumental. A apresentação e discussão desta situação matematicamente crítica, em termos de MKT, visou contribuir com alguns aspectos para um mais amplo entendimento de algumas componentes do MKT emergentes da prática, como contributo para uma melhoria da prática e da formação – também pela elaboração de uma “base de evidências” a serem utilizadas em ambos os contextos.

Estas evidências, e reflexões, pretendem contribuir, também, para a chamada de atenção do papel do MKT na preparação de tarefas que estimulem uma tensão entre um comportamento aritmético e algébrico o que, como refere, por exemplo, Radford (2010), no caso dos alunos, é algo bastante complexo. Daí que seja de suprema importância que os professores se sintam conscientes dessa necessidade e capacitados para a suprir. Uma incapacidade dessa ordem enviesaria quaisquer dados que se recolhessem a partir da observação dos alunos e do seu raciocínio, que permitisse elaborar uma ponte entre estas duas componentes, tal como ocorre, por exemplo, nos trabalhos de Barbosa (2011), Matos et al. (2008), Mellone (2011) e Pytlak (2011). Esse tipo de abordagem e exploração apenas será viável se os professores forem conscientes da sua importância e detentores, eles próprios, de um *Saber* que possibilite aos seus alunos as oportunidades e capacidade de obterem uma compreensão relacional da matemática (Skemp, 1976) – em geral de todos os conteúdos –, deixando de a considerar compartimentada, e em oposição a uma visão instrumental que se baseia na memorização e na aplicação, muitas vezes sem compreensão de procedimentos.

Esta é uma primeira aproximação a este tipo de problemática, sendo que muitas questões ficam aqui por responder e mesmo por levantar. Entre estas, e de forma ampla, podemos considerar: (a) que MKT cumpre ao professor para poder facultar oportunidades de aprender relacionadas com a promoção da (i) compreensão de um vasto conjunto de regularidades e suas relações?; (ii) utilização construtiva do processo de modelação (e dos modelos obtidos) que permitam aos alunos descrever e compreender relações quantitativas e o mundo que os rodeia?; (iii) habilidade para efectuar generalizações passando de um pensamento aritmético a um algébrico? (iv) capacidade de efectuar relações entre contextos numéricos e representações visuais, promovendo um mais profundo entendimento do(s) significado(s) de número e variáveis?[14]; (b) que implicações (efectivas) tem o (tipo de) conhecimento algébrico inicial adquirido pelos alunos nos Primeiros Anos nas suas aprendizagens futuras (principalmente em situações consideradas matematicamente críticas na prática dos professores)? Ou (c) que tarefas preparar para promover o desenvolvimento do raciocínio algébrico, relacional, *generalizacional* e funcional dos professores e uma consciencialização da sua importância para as (nas) aprendizagens dos alunos?[15]

Agradecimentos

Este artigo foi parcialmente financiado pela Fundação para a Ciência e a Tecnologia.

Este trabalho forma parte do Projecto "Conocimiento matemático para la enseñanza respecto a la resolución de problemas y el razonamiento" (EDU2009-09789), Dirección General de Investigación y Gestión del Plan Nacional de I+D+i. Ministerio de Ciencia e Innovación (Espanha).

[14] Esta ideia é expandida, ao contexto da formação de professores, da referida por Barbosa (2011) ao abordar a importância das tarefas fornecidas aos alunos.

[15] Esta questão pode ser também formulada de forma mais ampla quando centrada apenas na formação inicial de professores: tarefas para avaliar ou para desenvolver os conhecimentos dos futuros professores?

Referências

Azevedo, M. d. G., & Migueis, M. d. (2006). Percepções e concepções: A matemática na infância. In I. Vale, T. Pimentel, A. Barbosa, L. Fonseca, L. Santos & A. P. Canavarro (Eds.), *Números e Álgebra na aprendizagem da matemática e na formação de professores* (pp. 157-164). Lisboa: Secção de Educação Matemática da SPCE.

Ball, D. L., Thames, M. H. & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: what makes it special? *Journal of Teacher Education, 59*(5), 389-407.

Barbosa, A. (2011). Patterning problems: sixth graders' ability to generalize. In *Proceedings do Seventh Congress of European Society for Research in Mathematics Education, CERME 7* (no prelo). Rzeszów: ERME.

Castro, W. F., & Godino, J. D. (2008). Evaluación del razonamiento algebraico elemental en futuros maestros: un estudio exploratorio. In R. Luengo, B. Alfonso & L. J. Blanco (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XII* (pp. 273-282). Badajoz: SEIEM.

Charalambous, C. Y. (2008). Mathematical knowledge for teaching and the unfolding of tasks in mathematics lessons: Integrating two lines of research. In O. Figueras, J. L. Cortina, S. Alatorre, T. Rojano & A. Sepulveda (Eds.), *Proceedings of the 32nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 281-288). Morelia, Mexico: PME.

Corno, L. (1988). The study of teaching for mathematics learning: views through two lenses. *Educational Psychologist, 23*(2), 181-202.

Davis, B., & Simmt, E. (2006). Mathematics-for-teaching: An ongoing investigation of the mathematics that teachers (need to) know. *Educational Studies in Mathematics, 61*, 293-319.

Doyle, W. (1988). Work in mathematics classes: the context of students' thinking during instruction. *Educational Psychologist, 23*(2), 167-180.

Glaser, B. (1978). *Theoretical Sensitivity: Advances in the Methodology of Grounded Theory*. Mill Valley: CA.

Hiebert, J., & Grouws, D. (2007). The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. In F. Lester (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 371-404). NCTM: Information Age Publishing.

Hill, H. C., Rowan, B., & Ball, D. L. (2005). Effects of teachers' mathematics knowledge for teaching on student achievement. *American Education Research Journal, 42*(2), 371-406.

Kaput, J. (1999). Teaching and learning a new algebra. In E. Fennema & T. A. Romberg (Eds.), *Mathematics classroom that promotes understanding* (pp. 133-155). Mahwah: Lawrence Erlbaum.

Krauss, S., Brunner, M., Kunter, M., Baumert, J., Blum, W., Neubrand, M., & Jordan, A. (2008). Pedagogical Content Knowledge and Content Knowledge of Secondary Mathematics Teachers. *Journal of Educational Psychology, 100*(3), 716–725.

Mason, J., Stephens, M., & Watson, A. (2009). Appreciating mathematical structure for all. *Mathematics Education Research Journal, 21*(2), 10-32.

Matos, A., Silvestre, A. I., Branco, N., & Ponte, J. P. (2008). Desenvolver o pensamento algébrico através de uma abordagem exploratória. In R. Luengo, B. Alfonso & L. J. Blanco (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XII* (pp. 505-515). Badajoz: SEIEM.

Mellone, M. (2011). "Looking for tricks": a natural strategy, early forerunner of algebraic thinking. In *Proceedings do Seventh Congress of European Society for Research in Mathematics Education, CERME 7* (no prelo). Rzeszów: ERME.

NCTM. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teacher of Mathematics.

Ponte, J. P., Serrazina, L., Guimarães, H., Breda, A., Guimarães, F., Sousa, H., Menezes, L., Martins, M. E., & Oliveira, P. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação – DGIDC.

Pytlak, M. (2011). Algebraic reasoning among primary school 4th grade pupil. In *Proceedings of Seventh Congress of European Society for Research in Mathematics Education, CERME 7* (no prelo). Rzeszów: ERME.

Radford, L. (2010). Elementary form of algebraic thinking in young students. In M. F. Pinto & T. F. Kawasaki (Eds.), *Proceedings of the 34th Conf. of the Int. Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 73-80). Belo Horizonte, Brazil: PME.

Ribeiro, C. M. (2009). Conhecimento Matemático para Ensinar: uma experiência de formação de professores no caso da multiplicação de decimais. *Bolema, 22*(34), 1-26.

Ribeiro, C. M. (em preparação). *Reflectindo sobre o conhecimento do professor na prática e as potencialidades de uma sua discussão na formação*.

Ribeiro, C. M., & Carrillo, J. (2011a). Discussing a teacher MKT and its role on teacher practice when exploring Data analysis. In *Proceedings of the 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (no prelo). Ankara, Turkey: PME.

Ribeiro, C. M., & Carrillo, J. (2011b). Knowing mathematics as a teacher. In *Proceedings of Seventh Congress of European Society for Research in Mathematics Education, CERME 7* (no prelo). Rzeszów: ERME.

Rowland, T., Huckstep, P., & Thwaites, A. (2005). Elementary teachers' mathematics subject knowledge: the knowledge quartet and the case of Naomi. *Journal of Mathematics Teacher Education, 8*, 255-281.

Schoenfeld, A. H. (1998). On modeling teaching. *Issues in Education, 4*(1), 149 - 162.

Sherin, M. G. (2004). New perspectives on the role of video in teacher education. In J. Brophy (Ed.), *Using video in teacher education* (pp. 1-28). Oxford: Elsevier Ltd.

Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher, 15 (2)*, 4-14.

Skemp, R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics teaching, 77*, 20-26.

Stake, R. E. (2000). Qualitative case studies. In N. K. Denzin & Y. Lincoln (Eds.), *Handbook of qualitative research* (pp. 435-454). Thousand Oaks: Sage.

Stake, R. E. (2005). Qualitative Case Studies. In N. K. Denzin & Y. S. Lincoln (Eds.), *The Sage handbook of qualitative research* (Third edition ed., pp. 443-466). Thousand Oaks: Sage Publications.

Stein, M. K., Smith, M. S., Henningsen, M. A., & Silver, E. A. (2000). *Implementing standards-based mathematics instruction: a Casebook for Professional Development*. New York: Teachers College Press.

Thames, M. (2009). *Coordinating Mathematical and Pedagogical Perspectives in Practice-Based and Discipline-Grounded Approaches to Studying Mathematical Knowledge for Teaching (K-8).* Unpublished PhD Dissertation, University of Michigan, Ann Arbor.

Tichá, M., & Hošpesová, A. (2006). Qualified pedagogical reflection as a way to improve mathematics education. *Journal of Mathematics Teacher Education, 9*, 129-156.

Vale, I., Palhares, P., Cabrita, I., & Borralho, A. (2006). Os padrões no Ensino e na Aprendizagem da Álgebra. In I. Vale, T. Pimentel, A. Barbosa, L. Fonseca, L. Santos & A. P. Canavarro (Eds.), *Números e Álgebra na aprendizagem da matemática e na formação de professores* (pp. 193-211). Lisboa: Secção de Educação Matemática da SPCE.