

A CALCULADORA GRÁFICA NO ENSINO DAS FUNÇÕES: IMPLICAÇÕES SOBRE ASPECTOS DA PRÁTICA DE UMA PROFESSORA

Helena Rocha
*Bolseira da FCT/ME**
hcrocha@ie.ul.pt

Resumo

Nesta investigação procura-se caracterizar a utilização que uma professora faz da calculadora gráfica, no âmbito do estudo do tema funções, ao nível do 10.º ano de escolaridade. A caracterização das tarefas propostas, da utilização da tecnologia e da articulação entre o gráfico e o analítico e entre as diferentes representações foi feita a partir dos elementos recolhidos no decorrer da observação de 14 aulas e da realização de diversas entrevistas. As conclusões alcançadas apontam para a implementação de três tipos de tarefas (exercícios, problemas e investigações), para três tipos distintos de utilizações da calculadora gráfica (para obter informação, fundamentalmente de suporte gráfico; para confirmar resultados; e para investigar) e para uma valorização da articulação entre o analítico e o gráfico, mas para uma desvalorização da representação numérica relativamente às restantes.

Palavras-chave: Calculadora gráfica, Tipos de utilização, Tarefas, Representações.

Introdução

Numa altura em que a utilização da calculadora gráfica no ensino secundário é obrigatória há já alguns anos, mas quando começam a surgir indícios que sugerem que essa utilização fica aquém das expectativas (ver, por exemplo, Dunham, 2000, Vrasidas e Glass, 2005), importa conhecer e compreender melhor o que efectivamente está a acontecer.

Neste artigo procura-se fazer uma caracterização da utilização que é feita da calculadora gráfica, por parte duma professora, no âmbito do estudo do tema funções ao nível do 10.º ano de escolaridade. Em particular pretende-se compreender:

- Que tipos de tarefas são propostas,
- Como se caracteriza a utilização da calculadora gráfica,
- Que articulação é feita entre o gráfico e o analítico e entre as diferentes representações.

Os elementos aqui apresentados fazem parte dum estudo mais abrangente e ainda em curso, que envolve três professoras e que procura, para além de caracterizar a sua prática de utilização da calculadora gráfica, compreender as razões subjacentes a esta.

Quadro teórico

A integração da calculadora gráfica no ensino da Matemática propicia a adopção de todo um conjunto de propostas de trabalho (Goos & Bennison, 2008). De entre os diferentes tipos de tarefas que um professor pode propor, Ponte (2005) destaca os problemas, os exercícios, as investigações, os projectos e as tarefas de modelação. Este autor associa à noção de problema uma certa dificuldade, realçando o carácter relativo desta classificação, uma vez que o que é um problema para determinado aluno poderá não passar de um simples exercício para outro. Problemas e exercícios serão assim tarefas com algumas semelhanças, em que é claro o que se pretende, sendo a distinção entre estas marcada pelo facto do aluno conhecer ou não um processo para a resolver. Exercícios e problemas podem ainda envolver um contexto da realidade ou, pelo contrário, situarem-se num campo estritamente matemático.

As investigações constituem um outro tipo de tarefas. Neste caso, embora sejam geralmente colocadas questões, é deixado ao aluno a definição das estratégias de resolução que irá adoptar, assim como algum trabalho ao nível da formulação das questões específicas a resolver (Rocha, 1996). Tal como nos tipos de tarefas anteriores, também aqui poderemos ter investigações num contexto real ou num contexto estritamente matemático.

Os projectos envolvem resolução de problemas mas, segundo Abrantes (1994), caracterizam-se pela complexidade, pela autenticidade que têm para os alunos envolvidos, pela responsabilidade e autonomia que exigem e pelo seu carácter prolongado e faseado. Os projectos são ainda marcados por um objectivo e pela intenção de alcançar determinado produto final, neste sentido o contexto é claramente relevante.

O contexto é igualmente determinante nas tarefas de modelação, que Matos e Carreira (1996) enquadram no âmbito da aplicação da Matemática a situações da realidade. Estas tarefas requerem a construção de um modelo matemático e exigem “a formulação de questões pertinentes acerca da situação, bem como a selecção dos factores considerados

mais relevantes nessa situação, a identificação das variáveis que lhe estão associadas, a experimentação e a análise da adequação do modelo matemático à situação” (Matos e Carreira, 1996, p.7). Consoante sejam mais ou menos estruturadas, estas tarefas aproximam-se respectivamente da resolução de problemas ou das investigações.

As características das tarefas a que o professor recorre e o papel que assume na sua condução são determinantes no ensino que protagoniza (Gimeno, 2000). E se, como refere Farrel (1996), a tecnologia interfere com as tarefas a que o professor recorre e com a frequência com que o faz, a forma como esta é usada é igualmente influente.

Simmt (1997), partindo da análise da prática de seis professores, identifica seis utilizações diferentes que podem ser feitas da calculadora gráfica:

- para confirmar resultados (gráficos ou cálculos),
- para traçar gráficos de funções,
- para encontrar soluções gráficas para problemas de maximização,
- para compreender problemas de palavras,
- para explorar para além do conceito em estudo,
- para mostrar.

Destas, as duas primeiras são claramente as utilizações mais comuns, uma vez que todas as restantes apenas foram identificadas num máximo de dois dos participantes no estudo. Importa ainda referir que foi identificada uma utilização para investigar o efeito da variação de determinado parâmetro da função sobre o seu gráfico, mas como esta tem sempre por base a possibilidade de traçar muitos gráficos, a autora acaba por não a considerar separadamente.

Por seu turno Banker (2001), inspirando-se no trabalho de Simmt, refere sete utilizações distintas que identificou num conjunto de professores:

- para confirmar o trabalho realizado,
- para encontrar soluções graficamente,
- para explorar ideias matemáticas em maior profundidade,
- para obter soluções alternativas,
- para simular fenómenos reais,
- para visualizar,
- para motivar.

Num estudo com professores pouco familiarizados com a calculadora gráfica, Cavanagh e Mitchelmore (2003) identificaram apenas três utilizações diferentes:

- para confirmar gráficos traçados sem tecnologia,
- para obter rapidamente inúmeros gráficos,
- para desenvolver a capacidade de prever o aspecto de um gráfico antes de o traçar.

Doerr e Zangor (2000) mencionam igualmente diferentes utilizações da calculadora gráfica, referindo-se-lhes como ferramenta:

- de cálculo,
- transformativa (transformando tarefas de cálculo em tarefas interpretativas),
- de recolha e análise de dados,
- de visualização (para resolver equações, para associar a representação ao fenómeno físico, para determinar as principais características da função, para desenvolver estratégias para encontrar a equação que melhor se adequa a um conjunto de dados),
- de confirmação de conjecturas.

Das utilizações identificadas pelos diferentes autores parecem destacar-se as que se encontram associadas ao cálculo e à confirmação de resultados, assim como à rápida obtenção de gráficos. Para além destas, parece ser reconhecido o potencial desta tecnologia para a realização de investigações e para a exploração de situações articulando diferentes abordagens ou representações.

Esta potencialidade de aceder a múltiplas representações é mesmo uma das características da calculadora gráfica mais valorizadas (Heid, 1995), por permitir uma visão global, que é mais do que a junção do conhecimento relativo a cada uma das representações (Kaput, 1989), favorecendo o desenvolvimento de uma compreensão mais profunda, que não seria possível sem o apoio da tecnologia (Cavanagh & Mitchelmore, 2003).

Goos e Benninson (2008) referem as representações numérica ou tabelar, algébrica ou simbólica e gráfica como as três usualmente utilizadas no estudo de funções. Estas têm contudo potencialidades diferentes, como destacam Friedlander e Tabach (2001). Segundo estes autores, a representação numérica permite aos alunos o recurso a objectos familiares para demonstrar relações e analisar casos específicos, mas carece de generalidade.

Por seu turno, a representação gráfica apresenta um conjunto de casos específicos mais vasto e caracteriza-se por permitir uma utilização que transcende os conhecimentos algébricos dos alunos. Sendo os gráficos uma representação mais intuitiva, as soluções obtidas por esta via podem, contudo, carecer de exactidão e sofrer a influência de factores externos como os efeitos da escala utilizada sobre a interpretação que é feita.

Já a representação algébrica é concisa e geral na apresentação de regularidades e modelos. Ainda assim, o recurso exclusivo a esta representação pode dificultar a compreensão do significado matemático. O recurso a diferentes representações permite ao aluno compreender numa outra forma aquilo que não era possível compreender na representação inicial.

Apesar da importância de trabalhar com diferentes representações e de esse trabalho ser muito facilitado pela utilização da calculadora gráfica, os alunos têm dificuldade em fazê-lo (Billings & Klanderman, 2000) e os professores não têm dedicado a necessária atenção à flexibilidade necessária para passar de uma representação para outra e para articular a informação veiculada por estas (Even, 1998). Com efeito, embora exista alguma preocupação em articular e equilibrar o recurso a diferentes representações, Molenje e Doerr (2006) constataram que o recurso às representações algébricas e gráficas são dominantes relativamente à representação numérica.

Contexto e metodologia

Esta investigação adopta uma abordagem de natureza qualitativa, prevendo a realização de um estudo de caso sobre a professora Carolina. A recolha de dados envolveu a realização de entrevistas, a observação de 14 aulas e recolha documental. As entrevistas foram de diversos tipos, sendo relevantes para a parte do estudo que aqui se apresenta as que foram realizadas antes e depois de cada aula observada. Tanto as entrevistas como as aulas foram áudio-gravadas. Foi ainda elaborado um diário de bordo das aulas observadas e recolhidos diversos documentos como fichas de trabalho, enunciados de testes e outros materiais disponibilizados pela professora aos alunos através da plataforma *Moodle* (fundamentalmente resoluções de testes e tarefas extra). A análise de dados revestiu-se essencialmente dum carácter descritivo e interpretativo, tendo por base a análise de conteúdo dos elementos recolhidos.

A Carolina é uma professora com mais de 30 anos de ensino que, no ano lectivo 2009/2010 leccionou a uma turma do 10.º ano a disciplina de Matemática A. Este foi o segundo ano que utilizou calculadora gráfica com alunos neste nível de escolaridade, tendo a vez anterior ocorrido em 1997/1998. Nessa altura Carolina acompanhou os alunos até ao 12.º ano, após o que se seguiu um período de alguns anos em que não leccionou no ensino secundário.

As aulas com a calculadora gráfica

Um olhar sobre as propostas de trabalho efectuadas pela Carolina no decorrer das aulas observadas permitiu constatar que estas tinham características diversas, podendo preencher uma aula inteira ou apenas parte desta, mas que existiam também alguns aspectos em comum entre determinadas propostas e respectiva implementação. Por uma questão de simplicidade apresentarei as tarefas organizadas em função dessas semelhanças e utilizarei o termo situação para me referir a esse conjunto de tarefas e à respectiva implementação na sala de aula.

Situação 1

Ao longo do estudo do tema a Carolina foi propondo diversas tarefas que tinham por base um contexto da realidade. Foi o caso de propostas de trabalho como “Colónia de bactérias”, “A rampa para desportos radicais” ou “Os balões”. Em comum, para além de um contexto real, todas tinham o facto de disponibilizarem a expressão da função que modelava o fenómeno, colocando depois várias questões sobre este que, em termos matemáticos, correspondiam a determinar a imagem de certo objecto, a encontrar um extremo, a resolver uma equação ou inequação ou a recorrer à Matemática para melhor compreender o fenómeno envolvido. A abordagem seguida passou invariavelmente pela introdução da expressão da função na calculadora, pelo traçar do gráfico e eventual procura de uma janela de visualização mais adequada a que se seguiu, consoante a questão em causa, um recurso a trace, ao menu calc (para determinar um valor, os zeros ou um extremo) ou o criar de uma segunda função constante e determinar as intersecções desta com a função original. O processo foi sendo marcado por algumas dificuldades a lidar com as diferentes unidades (por exemplo, qual o significado de um resultado de 5,6 horas) e também na interpretação do fenómeno (traduzidas pelos alunos em questões como: “O que é que é a colónia extinguir-se?”).

Situação 2

O trabalho de carácter mais mecânico e repetitivo também integrou as propostas efectuadas pela Carolina, assumindo muitas vezes a forma da resolução de uma equação ou inequação, do preenchimento de um quadro de sinais, do cálculo dos zeros de uma função quadrática, de mostrar que são iguais expressões como x^3+x^2-4x-4 e $(x+2)(x+1)(x-2)$ ou de encontrar o ponto de intersecção entre duas funções.

Em comum estas situações tinham o contexto estritamente matemático e a existência de uma estratégia de resolução que já era do conhecimento dos alunos. Em todas elas o recurso à calculadora era permitido, podendo existir casos em que era pedida uma resolução analítica, mas sendo mais comuns as ocasiões em que não era dada qualquer indicação à partida. Ainda assim, as observações das aulas sugeriram algumas regularidades. A calculadora foi usada para realizar a fórmula resolvente e determinar as coordenadas do ponto de intersecção de duas funções. A resolução de equações ou inequações foi frequentemente realizada analítica e graficamente. E os restantes tipos de questões foram sempre realizados sem qualquer apoio da calculadora.

Situação 3

Uma outra situação caracterizou-se pela disponibilização de um gráfico à partida. Estas foram sempre propostas em contexto estritamente matemático, em que podia ou não ser dada a expressão das funções envolvidas. Em comum tiveram ainda uma abordagem sem calculadora.

Exemplo 1

É dado o gráfico de uma função sobre um quadriculado e é pedido:

- Que se trace o referencial sobre o gráfico de modo a que a função seja ímpar,
- A expressão analítica da função sabendo que um dos zeros é $\sqrt{3}$, que $f(2) = \frac{1}{3}$ e, pela observação do gráfico, que se trata de um polinómio do 3º grau,
- A confirmação na calculadora da expressão encontrada.

Exemplo 2

São apresentados os gráficos de uma função quadrática e de uma afim, sobre o mesmo referencial, e é pedido que se justifique que as expressões analíticas correspondem às

apresentadas e que se indique um valor de a para o qual $f(-3) \times g(a) = 0$, outro para o qual $f(\pi) \times g(a) < 0$ e outro ainda para o qual $f(a) \times g(a) > 0$.

As informações constantes do gráfico permitem a resolução e é essa a via seguida:

Prof- Então, Sofia? Arranja-me um valor para o a ... Olhas para o gráfico, que não está no quadro, está aí no teu livro, e o a poderá ser por exemplo igual a quanto?... ..

Mas no gráfico apenas estão marcadas as coordenadas de dois pontos de cada função e, perante o pedido insistente da professora para um valor para o a , os alunos parecem não saber o que dizer:

A 1 - -1.

Prof- Achas que sim? -1 não, qual é o $g(-1)$? É 9.

A 1 - Ah!

Prof- E tu queres um elemento a cuja imagem seja negativa.

A 2 - -4

Prof- O -4 não, porque se fosse -4

A 3 - Era 0

Prof- Era 0, mas pode ser por exemplo...

A 4 - -5.

Prof- Por exemplo.

Situação 4

Existiram ainda situações, com ou sem contexto real, em que os alunos necessitaram de ponderar o que fazer, à procura de uma abordagem para as questões que lhes colocavam. Foram basicamente situações de carácter geométrico, em que a determinada altura era necessário encontrar determinada área ou arranjar a expressão da função que representava essa área em função de determinado parâmetro. Nestes casos, há semelhança do que sucedia noutros, não havia indicações explícitas relativamente à conveniência de recorrer ou não à calculadora, contudo a sua utilização era usual sempre que existia a expressão de uma função e era necessário encontrar alguma informação relativamente a esta.

Situação 5

O estudo de algumas famílias de funções foi feito com base em tarefas em que era proposto aos alunos que traçassem com a calculadora gráfica alguns gráficos de funções para depois, a partir da observação destes, tentar identificar determinadas características comuns. Foi assim estudada a função afim, a quadrática e a módulo. Apesar das

semelhanças entre as propostas efectuadas, estas divergiram quanto ao grau de abertura. O estudo da função afim foi realizado com base numa ficha bastante estruturada, em que eram inclusivamente indicadas aos alunos quais as funções a considerar, o estudo da função quadrática já deixou aos alunos a escolha dos diferentes parâmetros das funções a considerar, e o estudo da função módulo teve por base uma opção intermédia, com uma parte inicial mais estruturada, em que eram indicadas as funções a considerar, e uma parte bastante aberta em que não só era deixado aos alunos a escolha dos parâmetros a considerar como também a identificação da família de funções que convinha estudar. A realização destas actividades foi marcada por algumas dificuldades por parte dos alunos, a título ilustrativo descreve-se sucintamente os acontecimentos no decorrer do estudo da família ax^2 , com base na aula e nos comentários da professora.

Prof- Eu dizia-lhes para eles começarem por $y=x^2$. A minha ideia era que a partir daí eles vissem que quando o a aumenta a abertura da parábola diminui, quando a é mais próximo de 0 a abertura da parábola aumenta, mas eles começaram a atribuir assim valores à toa, sem nenhuma sequência, percebes? E às tantas já não sabiam qual era o gráfico que correspondia a que expressão.

A professora opta então por recorrer a outra representação e pede aos alunos para verem qual é a imagem de determinado objecto por meio de cada uma das funções, sugerindo que considerem o valor 1. Os alunos procuram corresponder à solicitação da professora, fazendo no caderno o cálculo que esta lhes pede. O processo revela-se demorado e a professora procura simplificar o trabalho dos alunos sugerindo-lhes que considerem $y_1=x^2$ e $y_2=2x^2$, no entanto, a reacção destes difere do que esperava:

Prof- Quer dizer, pensando eu que eles ali viam, pronto, uma imagem, então no caso do 1, era o dobro da outra. Portanto, se para o mesmo objecto uma imagem era o dobro da outra, o $y=2x^2$ tinha que ser a que tinha uma abertura mais pequena. Eles ficam-me parados e eu não sei. Quer dizer, eu às tantas digo assim: “Meu Deus, mas o que é que se está a passar?”

As dificuldades dos alunos acabam por fazer com que a professora opte por lhes indicar que considerem apenas três funções, uma com $a=1$, outra com $a>1$ e outra com $0<a<1$. Esta opção parece não facilitar o trabalho dos alunos, que continuam a não conseguir ver o efeito do parâmetro como a professora pretendia.

As tarefas

As tarefas propostas pela Carolina envolveram diferentes níveis de estruturação, questões que os alunos já sabiam como abordar ou que enfrentavam pela primeira vez, contextos puramente matemáticos ou inseridos na realidade. Uma análise das situações atrás referidas parece permitir concluir que foram propostos problemas, exercícios e investigações. Os problemas surgem fundamentalmente na situação 4, embora também possam ocorrer na 1 ou na 3; os exercícios estão presentes na situação 2, na 1 e, por vezes, também na 3 e as investigações marcam a situação 5.

A diversificação do contexto também foi tida em conta, embora não para todo o tipo de tarefas, visto que todas as investigações realizadas incidiram sobre o efeito gráfico da variação de determinados parâmetros de certas famílias de funções.

Os projectos e as tarefas de modelação não estiveram entre as propostas de trabalho seleccionadas por esta professora durante o estudo das Funções. Antes de iniciar o tema chegou a referir a intenção de realizar uma tarefa de modelação, mas acabou por nunca a concretizar.

O tipo de utilização da calculadora gráfica

Uma análise dos cinco tipos de situações de trabalho promovidas pela Carolina sugere três tipos diferentes de utilização da calculadora gráfica.

A utilização dominante da calculadora gráfica parece ser para obter uma informação concreta e especificada à partida. Ou seja, um tipo de informação bem determinado e que o aluno já sabe à partida como proceder para alcançar. Estão nestas circunstâncias os casos em que a calculadora é utilizada para obter o gráfico de uma função, para determinar um dos seus extremos, para executar a fórmula resolvente, para efectuar um cálculo numérico ou outra ocorrência similar. Trata-se de uma utilização que está presente em três das quatro situações atrás descritas em que há utilização da calculadora e que, com excepção dos dois últimos exemplos apresentados (relativos à fórmula resolvente e aos cálculos numéricos), parte sempre da expressão analítica de uma função e da sua representação gráfica.

A calculadora é também utilizada para confirmar resultados alcançados por outra via. Esta é uma utilização que a Carolina tende a incentivar quando é pedida a expressão da função que se adequa a um gráfico apresentado, como sucedeu no exemplo 1 da

situação 3, mas que não é comum noutras situações, por exemplo, nunca ocorre quando é feito o preenchimento de um quadro de sinais, como referido na situação 2.

Um recurso à calculadora para explorar e/ou compreender a situação em causa e os conceitos matemáticos envolvidos é outra das possibilidades de utilização desta tecnologia. E neste âmbito podemos ter duas utilizações com características diferentes. Uma utilização em que se busca a compreensão de novos aspectos ou o conhecimento sobre novos conteúdos. Ou uma utilização em que se procura compreender algo cujos conteúdos já foram trabalhados mas que, de momento, o aluno não tem presente em todas as suas facetas ou não está a conseguir relacionar com a questão em causa.

Nas aulas observadas apenas foram identificadas utilizações do primeiro dos casos referidos, correspondentes às situações em que os alunos realizaram actividades de investigação com as características descritas na situação 5.

O tipo de utilização que é feito da calculadora parece ainda ser bastante padronizado. Ou seja, tende a circunscrever-se a um conjunto bastante limitado de possibilidades (gráfico, zeros, extremos,...) e a deixar de lado um amplo conjunto de abordagens. Por exemplo, para mostrar a igualdade entre expressões como x^3+x^2-4x-4 e $(x+2)(x+1)(x-2)$, referidas na situação 2, podia partir-se de um estudo gráfico da primeira e da procura dos seus zeros. Também a construção da expressão da função do exemplo 1 da situação 3 podia ser feita com o apoio da tecnologia numa linha exploratória, mas o pedido de confirmação posterior na calculadora parece deixar de lado essa possibilidade. De igual modo, o exemplo 2 da situação 3 podia ser desenvolvido com o apoio da calculadora. E se as respostas dos alunos parecem sugerir alguma dificuldade na compreensão da situação, o recurso à calculadora podia permitir aos alunos aceder a uma tabela de valores para as duas funções, constituindo-se como um contributo para a compreensão da situação, que podia inclusivamente envolver a representação gráfica da função produto ($f \times g$) e facilitar a compreensão de que para saber o sinal da função produto para um determinado valor a não é necessário conhecer os valores de $f(a)$ e $g(a)$ mas apenas os seus sinais.

A articulação entre o gráfico e o analítico e entre as diferentes representações

As tarefas seleccionadas e a sua implementação parecem indiciar uma preocupação de equilibrar as abordagens analíticas e gráficas, com propostas diversificadas que procuram realçar os contributos que as duas vias podem trazer ao trabalho matemático.

Se por um lado existe um incentivo à utilização da calculadora para a realização de determinadas tarefas (como, por exemplo, a execução da fórmula resolvente), por outro lado a ausência de imposição do uso ou não uso da calculadora, acaba por deixar aos alunos a hipótese de escolher e potenciar o surgimento na aula de diferentes abordagens. Este aspecto alia-se a uma valorização da compreensão e à procura de integrar simultaneamente diferentes vias e diferentes representações. É esta opção por diferentes enfoques que parece ser utilizada quando surgem dificuldades de compreensão, nomeadamente em detrimento de respostas mais automáticas mas matematicamente descontextualizadas que a tecnologia poderia proporcionar. Exemplo disso é a opção, na situação 5, de procurar contornar as dificuldades em associar a expressão de cada função ao seu gráfico recorrendo a outra representação e não a um procedimento automático da calculadora que permite ver de imediato a expressão, como *trace*.

A calculadora gráfica parece vir facilitar a articulação que a Carolina faz entre as representações algébrica e gráfica, pois são muitas as situações em que estas duas representações são abordadas, no entanto tal já não sucede relativamente à representação numérica, que praticamente não é utilizada. Os alunos têm conhecimento desta potencialidade da calculadora, que lhes foi apresentada logo na primeira aula em que a máquina foi utilizada, mas embora possam aceder a ela, por norma não a utilizam no decorrer do seu trabalho matemático. Para tal provavelmente será determinante a existência de outras formas de aceder a valores da função, como o *trace* e o cálculo de um valor da função a partir do gráfico, mas também o facto da professora não acostumar usar nas aulas. A Carolina parece não valorizar assim de igual modo as diferentes representações no trabalho matemático dos seus alunos, mesmo em casos em que estas poderiam contribuir para uma melhor compreensão dos alunos, como aconteceu no exemplo 2 da situação 3 (ver comentário no ponto anterior).

Conclusão

A calculadora gráfica é utilizada numa diversidade de tarefas, sejam elas exercícios, problemas ou investigações. A utilização que é feita não parece contudo ser marcada pelo tipo de tarefa, mas antes por aquilo que se pretende. Com efeito, o recurso a esta tecnologia surge muito tendencialmente associado à parte gráfica. O uso da calculadora é assim considerado conveniente quando o que se pretende é o gráfico de determinada função ou alguma informação que possa ser obtida através deste. Nestas circunstâncias

o uso da máquina parece partir de uma expressão analítica e pretender a representação gráfica. Nos casos em que se parte do gráfico e se pretende uma representação analítica, a via de abordagem parece não passar propriamente pela calculadora, incluindo-a mais como uma forma de confirmação do que como uma via de exploração para, com base em conhecimentos matemáticos e por um processo experimental ir sucessivamente construindo a expressão pretendida.

A via para ultrapassar eventuais dificuldades também parece centrar-se mais num recurso a conhecimento e abordagens analíticas do que na utilização de outras potencialidades da máquina. A articulação entre analítico e gráfico parece ser bastante valorizada, assim como a articulação entre diferentes representações, mas não a articulação entre as diferentes representações disponibilizadas pela calculadora. Com efeito, a este nível, e em consonância com as conclusões alcançadas por Molenge e Doerr (2006), a representação numérica parece ser pouco valorizada. Além disso, não parece existir incentivo para recorrer à máquina para, com base numa abordagem exploratória, ultrapassar alguma eventual dificuldade.

Conseguir uma utilização da calculadora gráfica que tire todo o partido possível das suas potencialidades, será certamente um contributo importante para o ensino e aprendizagem da Matemática. Na análise que aqui se apresenta, procura-se fazer uma caracterização dessa utilização, importa agora ir mais longe, procurando identificar os factores que de algum modo influenciam ou determinam essa utilização, numa busca da compreensão que nos permita alcançar uma efectiva integração desta tecnologia.

Referências

- Abrantes, P. (1994). *O trabalho de projecto e a relação dos alunos com a Matemática – a experiência do projecto Mat789*. Lisboa: APM.
- Banker, T. (2001). *Preservice secondary mathematics teachers' beliefs and practice regarding the use of graphing calculators in mathematics instruction*. PhD dissertation, University of Georgia (unpublished document).
- Billings, E., & Klanderma, D. (2000). Graphical representations of speed: obstacles preservice K-8 teachers experience. *School Science and Mathematics, 100*(8), 440-450.
- Cavanagh, M., & Mitchelmore, M. (2003). Graphics calculators in the learning of mathematics: teacher understandings and classroom practices. *Mathematics Teacher Education and Development, 5*, 3-18.
- Doerr, H., & Zangor, R. (2000). Creating meaning for and with the graphing calculator. *Educational Studies in Mathematics, 41*, 143-163.

- Dunham, P. (2000). Hand-held calculators in mathematics education: a research perspective. In E. Laughbaum (ed.), *Hand-held technology in mathematics and science education*, pp.39-47. Columbus, OH: The Ohio State University.
- Even, R. (1998). Factors involved in linking representations of functions. *Journal of Mathematical Behaviour*, 17(1), 105-121.
- Farrell, A. (1996). Roles and behaviours in technology-integrated precalculus classrooms. *Journal of Mathematical Behavior*, 15, 35-53.
- Friedlander, A., & Tabach, M. (2001). Promoting multiple representations in algebra. In A. Cuoco & F. Curcio (eds.), *The roles of representation in school mathematics*, (pp. 173-185). Reston: NCTM.
- Gimeno-Sacristán, J. (2000). O currículo: os conteúdos de ensino ou uma análise da prática. In J. Gimeno-Sacristán & A. Gómez (Eds.), *Compreender e transformar o ensino*, (pp.119-196). Porto Alegre: Artmed.
- Goos, M., & Bennison, A. (2008). Surveying the technology landscape: teachers' use of technology in secondary mathematics classrooms. *Mathematics Education Research Journal*, 20(3), 102-130.
- Heid, M. (1995). *Algebra in a technological world*. Reston: NCTM.
- Kaput, J. (1989). Linking representations in the symbol systems of algebra. In S. Wagner & C. Kieran (eds.), *Research issues in the learning and teaching of algebra*, (pp. 167-194). Reston, Va: NCTM.
- Matos, J., & Carreira, S. (1996). *Modelação e aplicações no ensino da Matemática*. Lisboa: IIE.
- Molenje, L., & Doerr, H. (2006). High school mathematics teachers' use of multiple representations when teaching functions in graphing calculator environments. In S. Alatorre, J. Cortina, M. Sáiz & A. Méndez (eds.), *Proceedings of the 28th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Mérida, México: Universidad Pedagógica Nacional.
- Ponte, J. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI – Grupo de Trabalho de Investigação (Eds.), *O professor e o desenvolvimento curricular*, (pp. 11-34). Lisboa: APM.
- Rocha, H. (1996). Investigando com a Calculadora Gráfica. In P. Abrantes, L. Leal & J. Ponte (Eds.), *Investigar para Aprender Matemática - textos seleccionados*, (pp. 183-192). Lisboa: APM e MPT.
- Simmt, E. (1997). Graphing calculators in high school mathematics. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 16 (2/3), 269-289.
- Vrasidas, C., & Glass, G. (2005). Achieving technology integration in classroom teaching. In C. Vrasidas & G. Glass (eds.), *Preparing teachers to teach with technology*, (pp. 1-20). Greenwich: Information Age Publishing.

Nota:

* Trabalho desenvolvido com o apoio da Fundação para a Ciência e Tecnologia e do Ministério da Educação