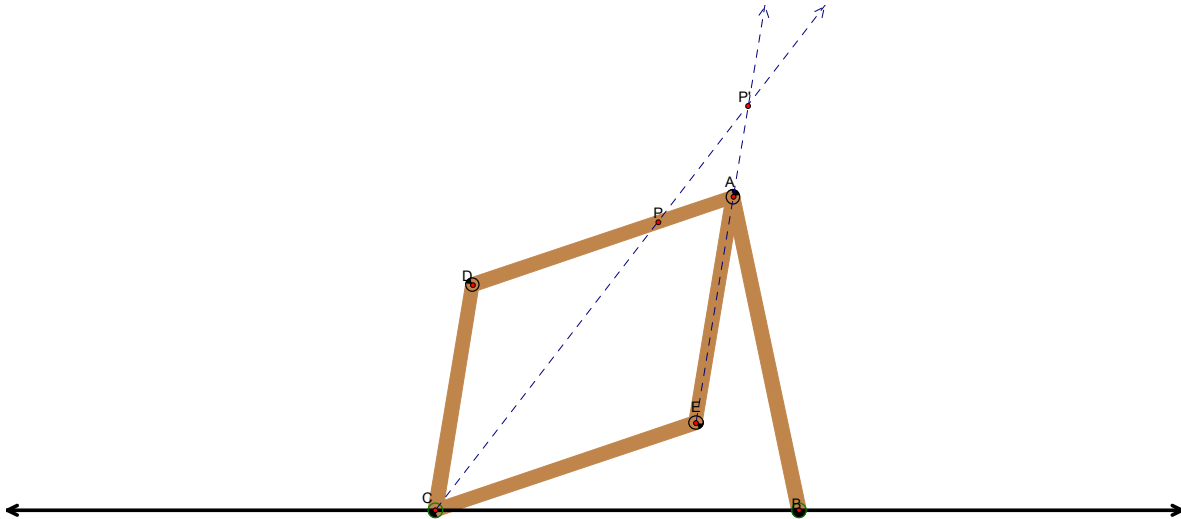


Figura 13



Objectivo: Partindo do movimento do mecanismo “três-barras” ($CDAB$), adicionando duas barras, CE e EA de forma a obtermos o paralelogramo $CDAE$. O objectivo é verificar que, quando movemos o ponto D (ponto móvel), o lugar geométrico dos pontos P e P' tem a mesma forma, só diferem no tamanho, ou seja, o lugar geométrico de P' está para o lugar geométrico de P na razão que CE está para CD .

Relatório:

- Construir 2 pontos fixos na horizontal: C e B ;
- Determinar 3 segmentos: a , b , c ;
- Construir a circunferência de centro C e raio a : C_1 ;
- Construir a circunferência de centro B e raio $b+c$: C_2 ;
- Determinar as intersecções de C_1 e C_2 : F , G ;
- Construir o arco FG na circunferência C_1 : a_1 ; e construir um ponto no arco a_1 : D ;
- Construir uma circunferência de centro D e raio b : C_3 ;
- Construir uma circunferência de centro B e raio c : C_4 ;
- Intersectar C_3 e C_4 : A ;
- Traçar os segmentos CD , DA e AB (temos a articulação das “três-barras”);
- Construir uma recta a passar por C paralela a AD e intersectar com a circunferência de centro C e raio b . Considerar a intersecção da direita: E ;
- Traçar os segmentos CE e EA ($CEAD$ é um paralelogramo);
- Marcar um ponto no segmento AD : P ;

- Traçar a semi-recta com origem em C que passa por P e intersectar com a recta que contém o segmento AE : P' ;
- Fazer “Trace” dos pontos P e P' ;
- Animar o ponto D ;
- Verificar que o traçado dos pontos P e P' são semelhantes, embora o de P' seja maior que o de P .

Justificação:

Pretendo por verificar que o lugar geométrico descrito pelos pontos P e P' têm a mesma forma, ou seja que as figuras descritas por P e P' são homotéticas. Pretende-se ainda verificar a razão CP'/CP é constante.

- Vou começar por provar que os pontos C , P e P' são sempre colineares:

Sejam C um ponto fixo e P um ponto qualquer de AD . P' é tal que pertence à semi-recta com origem em C que passa por P e pertence ao prolongamento do lado AB do paralelogramo.

- PA é constante (por construção)
- CB é constante porque é um lado do paralelogramo rígido

Consideremos os triângulos $P'PA$ e $P'BC$. Como $PA//CB$ e P' é um vértice comum aos dois triângulos, pelo teorema de Tales $P'A:PA=P'B:CB$, ou seja, os triângulos são semelhantes.

Como B , A e P' são sempre colineares (por construção) e PA e CB são constantes, então C , P e P' são sempre colineares.

Então, podemos concluir que a figura descrita por P' é uma homotetia de centro C e de razão CP'/CP da figura descrita por P .

- Pretendo agora provar que a razão CP'/CP é constante:

Como PA e CB são fixos, B , A e P' colineares (por construção) e os pontos C , P , P' também são colineares (como provamos anteriormente), aplicando o Teorema de Tales temos:

$$CP':CP=PA:CB=constante$$