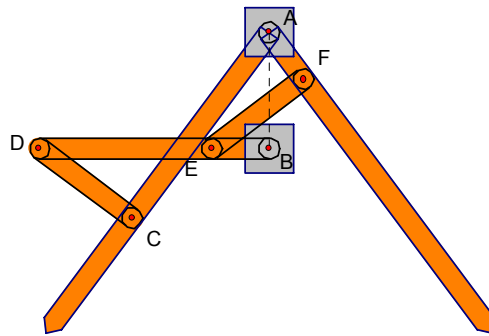


Figura 30
 Duplicador de ângulos de Kempe



Objectivo:

Este mecanismo articulado permite-nos duplicar (ou dividir por dois) ângulos. Na nossa construção $\angle FAC = 2\angle FEB$.

As barras longas pontiagudas rodam com igual velocidade em sentidos opostos.

Relatório:

1. Dados dois pivots fixos A e B e uma barra pontiaguda articulada em A .
2. Com centro em A e raio $2AB$ obtém-se o pivot C na barra dada.
3. O pivot D é obtido pela intersecção da circunferência de centro C e raio AB com a circunferência de centro B e raio $2AB$.
4. Construir barras $[CD]$ e $[DB]$.
5. Com centro em B e raio $AB:2$ construir circunferência que intersectará $[DB]$ obtendo-se o pivot E .
6. O pivot F é a intersecção da circunferência de centro E e raio AB com a circunferência de centro A e raio $AB:2$.
7. Construir barra $[EF]$ e barra iniciada em A , passando por F , de comprimento igual ao da barra dada no início.

Prova:

Este mecanismo, tal como descrito no texto, é constituído por dois contra-paralelogramos semelhantes, um o dobro do outro, onde as barras longas de cada um são o dobro das curtas. E estão colocados de maneira a que a barra mais longa de um coincida com a mais curta do outro. A barra coincidente na nossa construção é $[AB]$.

Dado o maior contra-paralelogramo (no nosso caso $[ABCD]$), podemos obter o outro ($[AFBE]$) por uma homotetia de centro na intersecção das diagonais e razão 1:2.

Nas homotetias os ângulos são preservados, e temos as seguintes igualdades de amplitudes:

$$\angle ABD = \angle ACD = \angle AFE = \angle ABE$$

$$\angle BAC = \angle CDB = \angle FAB = \angle FEB$$

Ora, $\angle FAC = \angle FAB + \angle BAC = 2\angle FEB.$