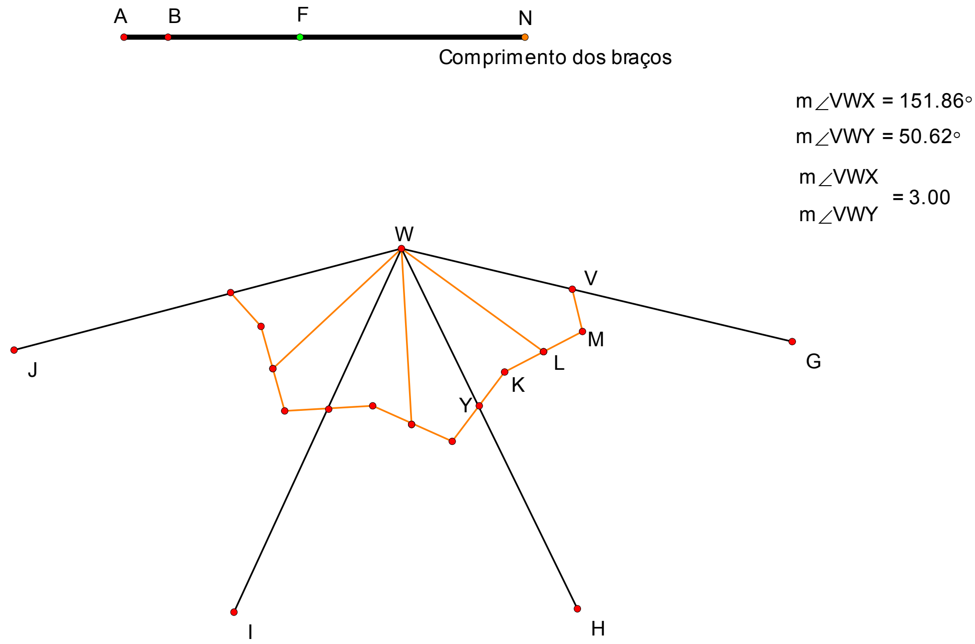
Figura 33



RELATÓRIO:

1. W, ponto qualquer;
2. a=d(A,F);
3. V=C(W,a)∩WG;
4. M $\in$ C(V, $\frac{a}{4}$);
5. L=C(M, $\frac{a}{4}$) ∩ C(W,a);
6. considere a semi-recta s com início em M e que passa por L;
7. K= C(L, $\frac{a}{4}$) ∩s;
8. Y=C(K, $\frac{a}{4}$) ∩ C(W,a);
9. Constrói-se a semi-recta t com início em W e que passa por Y;
10. H= C(W,AN) ∩ t;
11. A parte restante da figura constrói-se de modo inteiramente análogo.

Justificação:

Tem-se que WV=WL pois são raios da mesma circunferência. Por outro lado, por construção, LM=MV e WM é um lado comum aos triângulos VWM e MWL; donde resulta que estes triângulos têm os três lados iguais. Logo, pelo critério de congruência de triângulos (lll), os triângulos são congruentes. Sabemos que em triângulos congruentes, a lados iguais correspondem ângulos iguais, portanto o ângulo VWM é igual ao ângulo MWL, chamemos-lhe A. De modo análogo, o ângulo LWK, B é igual ao ângulo KWY, chamemos-lhe B (note-se que A é diferente de B). Então, o ângulo GWH =2A+2B, logo o ângulo GWJ =6A+6B, no caso desta construção. Portanto, $\frac{GWH}{3}=\frac{6A+6B}{3}$ =2A+2B= GWH, como queríamos provar.

O resultado generaliza-se facilmente, para n>3, isto é, $\frac{\text{ângulo dado}}{n}=\frac{2nA+2nB}{n}=2A+2B$. ■