



**Álgebra Linear e
Geometria Analítica
Módulos 7 a 9
EV's com produto interno
Valores próprios. Teorema espectral
J.N. Tavares**

Responda a cada uma das seguintes questões.

Objectivo: 100%.

1. (10^{pts}) Considere a matriz $A = \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, e as afirmações seguintes:

- I. A é diagonalizável sobre $\mathbb{C}$
- II. A é diagonalizável sobre $\mathbb{R}$
- III. um valor próprio de A é i
- IV. os valores próprios de A são ± 1

Então:

- | | |
|--------------------------|---------------------------|
| I. e IV. são verdadeiras | II. e IV. são verdadeiras |
| todas são falsas | I. e III. são verdadeiras |

2. (10^{pts}) Considere a matriz $A = \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$, e as

afirmações seguintes:

- I. A é diagonalizável sobre $\mathbb{R}$
- II. Os valores próprios de A são -1 e 2
- III. A não tem valores próprios reais
- IV. $\mathbf{v} = (1, 0, -2)$ é vector próprio de A

Então:

- | | |
|-------------------------------|-----------------------|
| I., II. e IV. são verdadeiras | todas são verdadeiras |
| apenas II. é verdadeira | todas são falsas |

3. (10^{pts}) Considere as afirmações seguintes àcerca de um operador linear $\mathbf{L} : \mathcal{V} \rightarrow \mathcal{V}$, onde $\mathcal{V}$ é um EV de dimensão finita n :

- A. $\mathbf{L}$ é diagonalizável
- B. $\mathcal{V}$ tem uma base de vectores próprios de $\mathbf{L}$
- C. $\mathbf{L}$ tem valores próprios distintos
- D. $\mathbf{L}$ tem n valores próprios distintos

Indique qual a afirmação correcta:

- | | |
|---|---|
| $A \Leftrightarrow B$ e $D \Rightarrow A$ | $A \Leftrightarrow B$ e $C \Leftrightarrow A$ |
| $A \Rightarrow C$ | $A \Rightarrow D$ |



Back

< Doc

Doc >

todas são falsas
apenas A é verdadeira

todas são verdadeiras
apenas B e D são
verdadeiras

6. (10^{pts}) Considere os endomorfismos $\mathbf{T} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $\mathbf{S} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definidos por:

$$\mathbf{T}(x, y) = (x, 0), \quad \mathbf{S}(x, y) = (x + y, y)$$

e as afirmações seguintes:

- A. $(\mathbf{S} \circ \mathbf{T})(x, y) = (x + y, 0)$ B. $\mathbf{T}$ e $\mathbf{S}$ comutam
C. $(\mathbf{T} \circ \mathbf{S})(x, y) = (x, 0)$ D. $(\mathbf{T} \circ \mathbf{S})(x, y) = (x, x + y)$

Então:

todas são verdadeiras
A e C são verdadeiras

todas são falsas
B e D são verdadeiras

7. (10^{pts}) Considere a aplicação linear $\mathbf{A} : \mathbb{R}_2[X] \rightarrow \mathbb{R}_3[X]$ definida por:

$$\mathbf{A}(p) = Xp + X^2p', \quad p \in \mathbb{R}_2[X]$$

onde $p' =$ derivada de p (deve verificar que esta aplicação está bem definida e é linear). Das matrizes seguintes qual é a matriz $(\mathbf{A})_{\mathcal{BC}}$, de $\mathbf{A}$ relativamente às bases:

$\mathcal{B} = \{1 + X, X + X^2, X^2\}$, para $\mathbb{R}_2[X]$, e

$\mathcal{C} = \{1 + X, X + X^2, X^2 + X^3, X^3\}$, para $\mathbb{R}_3[X]$:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 3 \end{pmatrix},$$

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

A

B

C

D

8. (10^{pts}) Seja $\mathcal{S} \subset \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ o subespaço do EV $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, constituído



Back

◀ Doc

Doc ▶

pelas matrizes quadradas de ordem 2, reais, da forma $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$, e $\mathbf{A} : \mathcal{S} \rightarrow \mathcal{S}$, a aplicação definida por:

$$\mathbf{A} \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+c & b \\ c & a+b+c \end{pmatrix}$$

Das afirmações seguintes quais as verdadeiras?

A. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ é uma base do $\ker \mathbf{A}$

B. $\dim \ker \mathbf{A} = 1$

C. $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ é uma base da $\operatorname{im} \mathbf{A}$

D. $\dim \operatorname{im} \mathbf{A} = 2$

todas são verdadeiras

A e C são verdadeiras

todas são falsas

B e D são verdadeiras

9. (10^{pts}) Seja $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ o EV das matrizes quadradas de ordem 2, reais, e $\mathbf{T} : \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, o endomorfismo linear definido por:

$$\mathbf{T} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a-d & -b-c \\ b+c & d-a \end{pmatrix}$$

Das afirmações seguintes quais as verdadeiras?

- A. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ é uma base do $\ker \mathbf{T}$
- B. $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$ é uma base do $\ker \mathbf{T}$
- C. $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$ é uma base da $\text{im } \mathbf{T}$
- D. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ é uma base do $\ker \mathbf{T} \cap \text{im } \mathbf{T}$

todas são verdadeiras

todas são falsas

B, C e D são verdadeiras

A e D são verdadeiras



Back

< Doc

Doc >

10. (10^{pts}) Considere o endomorfismo linear $\mathbf{T} : \mathbb{R}_3[X] \rightarrow \mathbb{R}_3[X]$ definida por:

$$\mathbf{T}(p) = p + p', \quad p \in \mathbb{R}_3[X]$$

onde p' = derivada de p . Então o determinante de $\mathbf{T}$ é igual a:

1

-1

0

3

Pontuação:

Porcentagem:

[Back](#)[◀ Doc](#)[Doc ▶](#)