Faculdade de Ciências da Universidade do Porto
Mestrado em Engenharia Matemática
III Iberian Modelling Week
2º Semestre 2015-2016

Fórmulas Matemáticas em Parcerias Publico-Privadas

Cristiana Silva, Inês Rego, João Camacho,
Sofia Ribeiro, Vanessa Penso

09 de Maio de 2016

1 Introdução

As parcerias público-privadas (PPP) consistem em contratos assinados entre uma entidade pública e uma entidade privada para a construção e exploração de uma obra ou serviço visto como um investimento de interesse público. Os contratos PPP, uma vez que definem as remunerações e os valores acordados entre as diferentes entidades, são um problema matemático de grande relevo e aplicação prática e cuja resolução tem influência direta no futuro do nosso país e de todos os cidadãos. Analisando de forma breve alguns contratos de PPP no setor rodoviário português verificámos que nem sempre as fórmulas de cálculo apresentadas são as mais corretas quer do ponto vista formal matemático quer do ponto de vista da entidade concessionante, o Estado, que maioritariamente sai prejudicado nos contratos firmados. Assim, o desenvolvimento do nosso trabalho prende-se com a tentativa de simplificar as fórmulas apresentadas e encontrar soluções que minimizem os erros cometidos tornando estes contratos mais claros e, se possível, reduzir os custos do estado com estas concessões assegurando os justos interesses das concessionárias.

Analisados diversos contratos, optamos por focar o nosso estudo num único contrato: o contrato da PPP rodóviária Concessão Norte, firmado no dia 05/07/2010 e cuja formulação e fórmulas matemáticas utilizadas são semelhantes às dos contratos PPP de concessões de outras regiões do País, tais como: grande Porto, grande Lisboa, Costa de Prata, Beira Litoral e Beira Alta. Aliás são encontradas em 18 das 26 PPP rodoviárias listadas na UTAP (http://www.utap.pt/)

Dentro das cláusulas do contrato que contêm fórmulas matemáticas de maior complexidade optámos por estudar as cláusulas relativas à Remuneração Anual por Disponibilidade atribuída à Concessionária (Cláusula 72 do contrato PPP rodoviária Concessão Norte Alterado em 2010) e, através desse estudo analisar, encontrar e corrigir os erros detectados e propor novas fórmulas para estas cláusulas do contrato.

2 Análise da Fórmula da Remuneração Anual Parcela a Parcela

No contrato PPP em estudo, a remuneração anual paga à concessionária, no ano t, é dada por:

$$R_t = Dis_t - Ded_t \pm \Sigma((Sin)_t \tag{1}$$

onde,

Dis_t corresponde à remuneração anual relativa à **disponibilidade**

$$Dis_t = \left[tdAi_t * \frac{IPC_{Dez(t-1)}}{IPC_{Dez2009}} * x + tdA_t * (1-x) \right] * nd_t + DisB_t \tag{2}$$

Ded_t corresponde ao valor absoluto deduzido devido a **falhas de desempenho**

$$Ded_t = \Sigma F(Dis)_t \tag{3}$$

Sin_t corresponde ao Incremento/Dedução de acordo com os **índices de sinistralidade**

$$Sin_t = 0,02 * Dis_t * \frac{IS_{t-1}(ponderado) - IS_t(Conc)}{IS_t(Conc)} \tag{4}$$

Sem uma análise muito profunda são visíveis várias correcções do ponto de vista da formulação do problema e da linguagem matemática utilizada:

- Existe um parêntese a mais que precede a parcela Sin_t que deve ser retirado;
- O símbolo Σ, não representa nenhum somatório nem assume qualquer valor na fórmula, pelo que deve ser retirado;
- O sinal $\pm$ que precede a parcela Sin_t faz-nos pensar que a remuneração toma dois valores, um correspondente à soma de Sin_t e outro correspondente à subtração de Sin_t o que na realidade não acontece. O redator do contrato apenas colocou o símbolo $\pm$ como indicação de que a parcela Sin_t pode ser positiva (caso se trate de um prémio) ou negativa (caso se trate de uma multa). Ora, do ponto de vista matemático esta notação não faz sentido pelo que também deve ser retirada;
- Na cláusula do contrato correspondente à designação e valor das variáveis verificámos que $DisB_t$, variável que consta na fórmula Dis_t, toma o valor zero e permanece incógnito a que é que esta diz respeito. Assim, pode também ser retirada.
- O símbolo Σ que consta na parcela Ded_t corresponde a um somatório das parcelas $F_j(Dis)_t$ onde cada j corresponde a um lanço da concessão. Pelo que no contrato estas parcelas devem estar devidamente identificadas(Figura 1).

A figura abaixo (1) ilustra as correções imediatas que poderíamos fazer ao contrato:

$$R_t = Dis_t - Ded_t \cancel{\pm} \cancel{\Sigma}\cancel{(}(sin\cancel{)})_t \quad (1)$$

onde,

$$Dis_t = \left[tdAi_t * \frac{IPC_{Dez(t-1)}}{IPC_{Dez2009}} * x + tdA_t * (1-x) \right] * nd_t + \boxed{DisB_t} \quad (2)$$

DisB_t = 0 para todos os contractos que utilizam esta fórmula matemática

$$Ded_t = \Sigma_j F_j(Dis)_t \quad (3)$$

$$Sin_t = 0,02 * Dis_t * \frac{IS_{t-1}(ponderado) - IS_t(Conc)}{IS_t(Conc)} \quad (4)$$

Figure 1: Correcções imediatas a efectuar no contrato.

Assim, por esta primeira análise, concluímos que as fórmulas se poderiam tornar substancialmente mais simples. A fórmula da Remuneração Anual por Disponibilidade, na qual se foca o nosso estudo, fica simplesmente:

$$\boxed{R_t = Dis_t - Ded_t + Sin_t}$$

Passemos então a uma análise mais detalhada e explicativa de cada uma das parcelas da equação acima.

2.1 Disponibilidade - Dis_t

Na cláusula 72.1. do contrato em estudo, é nos dito que Dis_t corresponde à "componente da remuneração anual relativa à disponibilidade verificada no ano t, calculada nos termos da cláusula 72.2". Na cláusula 72.2. é nos dito que "como contrapartida pelo desenvolvimento das actividades previstas nas cláusulas 5.1 e 5.2, a Concessionária recebe uma remuneração anual nos termos da fórmula seguinte" (5):

$$Dis_t = \left[tdAi_t * \frac{IPC_{Dez(t-1)}}{IPC_{Dez2009}} * x + tdA_t * (1-x) \right] * nd_t \tag{5}$$

onde,

$tdAi_t$ e tdA_t são o valor da tarifa diária de disponibilidade associada à componente A no ano t, atualizável e não atualizável, respetivamente - são valores constantes que podem ser encontrados nos anexos do contrato;

nd_t é o número de dias do ano t (pode ser 365 ou 366) em que a Concessão se encontrou em serviço;

x não é uma variável e toma um valor constante igual a $0,25$ e cuja descrição é desconhecida, tomando valores distintos em contatos distintos, sem qualquer justificação e parece associado à ponderação do risco de inflação na actualização das tarifas diárias de disponibilidade;

IPC corresponde ao Índice de Preços do Consumidor a Dezembro do ano especificado ($t-1$ ou 2009).

A análise destas variáveis levanta algumas questões principalmente no que toca ao valor atribuído ao IPC e a x.

2.1.1 Valor do IPC

Consultando o site do Instituto Nacional de Estatística verificámos que existem dois valores diferentes que o IPC pode tomar num determinado mês: o valor calculado a partir do mês atual e do homólogo do ano inicial ou o valor calculado entre o ano atual e o ano incial. Ou seja, um é calculado ao ano e o outro é calculado ao mês. Ora, no contrato não se encontra especificado qual dos valores do IPC deve ser utilizado. Na figura 2 abaixo encontram-se os valores do IPC, ao ano e ao mês, para o mês de Dezembro de cada ano. As retas indicadas correspondem às regressões lineares para cada conjunto de dados e que vamos utilizar na predição dos valores de Dis_t em seguida.

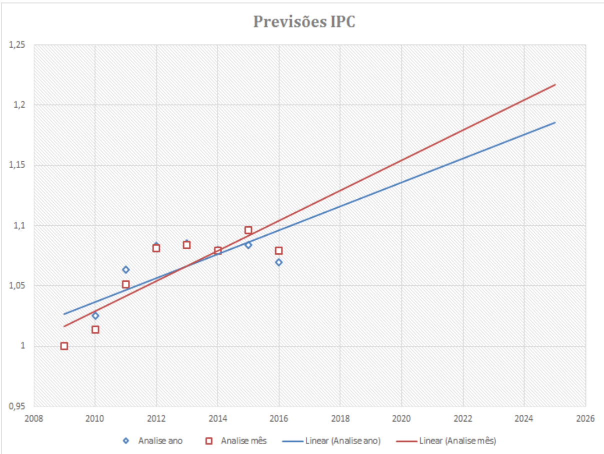

Figure 2: Previsão do valor do IPC.

Como podemos verificar, os valores previstos para o IPC através da regressão linear são significativamente diferentes para as duas diferentes formas de os calcular.

Olhando para figura 2 é visível que a reta vermelha, que representa uma análise tendo em consideração o mês, tem um declive maior que a reta a azul que representa o cálculo do IPC tendo apenas em conta o ano.

2.1.2 Valor de x

Dado que no contrato em estudo não se encontra qualquer justificação para o facto da variável x ser igual a 0.25, fomos analisar os contratos com formulação semelhante e verificámos que o valor utilizado não é o mesmo. Para diferentes concessões, a variável x toma diferentes valores, nunca devidamente justificados: 0.25, 0.29,0.33,0.43 e 0.65.

Assim, baseados nas simulações para o valor do IPC conseguidas na etapa anterior, fomos calcular o valor da parcela disponibilidade Dis_t, ao longo de vários anos para os diferentes valores de x e analisámos os resultados obtidos. A figura (3) ilustra os valores de Dis_t em função do ano t para valores diferentes de x.

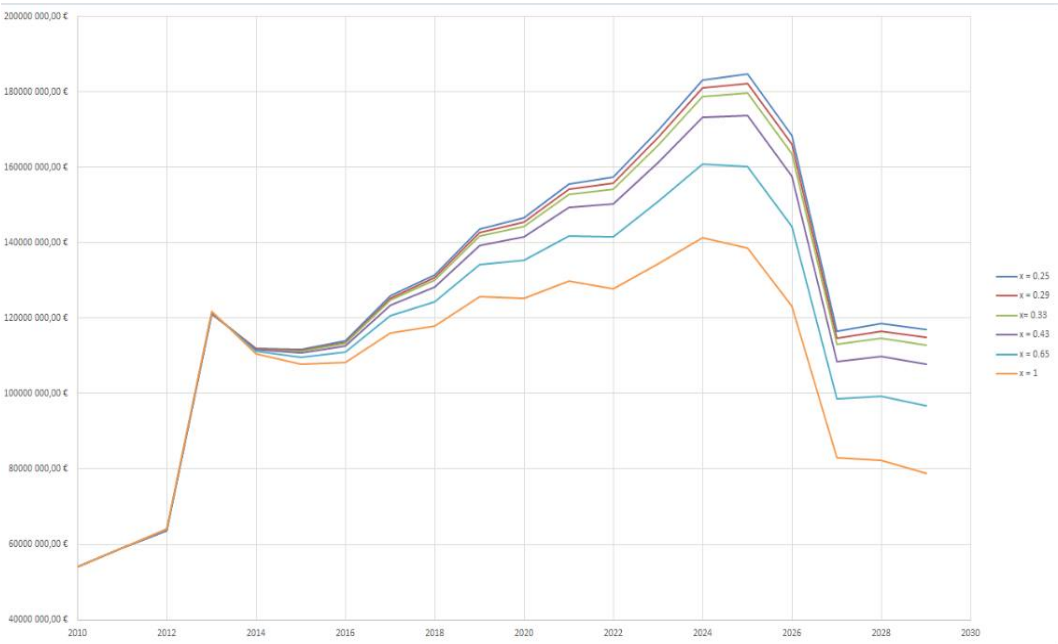

Figure 3: Valor da parcela disponibilidade Dis_t ao longo do tempo para diferentes valores de x.

A figura 3 sugere que quanto menor o valor dado a x maior é o valor desta parcela. O gráfico que atinge valores mais elevados para Dis_t corresponde a $x = 0.25$.

No entanto, dada a proximidade das linhas dos diferentes gráficos, não é totalmente clara esta evolução (nos anos decorridos e aos quais foram atribuídos valores de IPC reais, entre 2010 e 2014 os gráficos são praticamente coincidentes), fomos calcular as variações do valor de Dis_t entre os diferentes valores de x, para cada ano. Os resultados que podem ser consultados na folha de Excel anexa a este relatório e na figura abaixo (4), verificam aquilo que esperávamos: quanto menor o valor de x maior é o valor da parcela Dis_t.

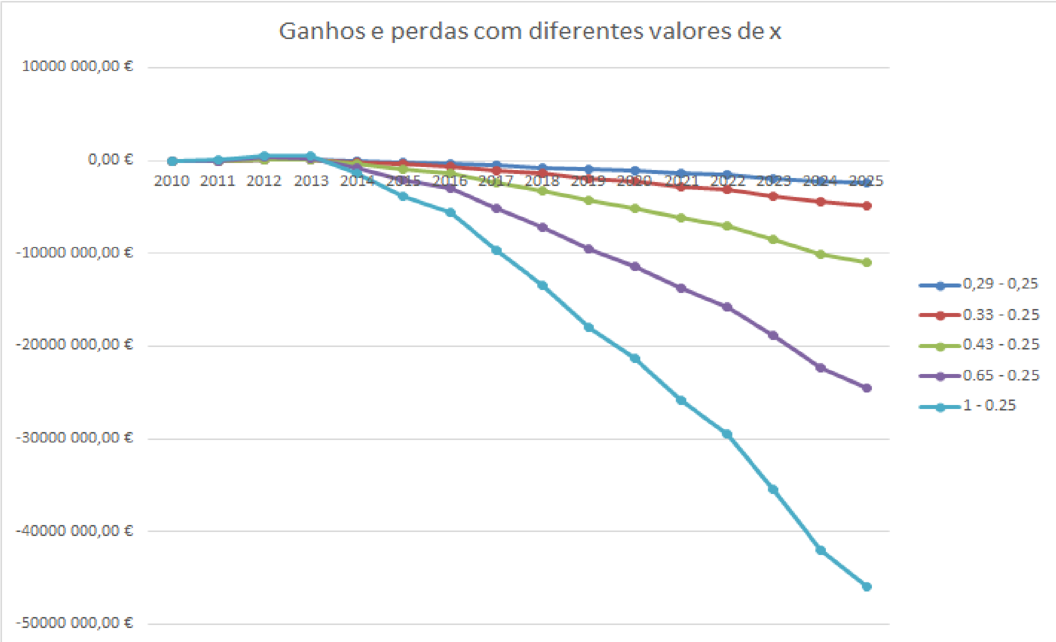

Figure 4: Ganhos e perdas para diferentes valores de x.

É possivel observar que as concessionárias perdem parte da sua remuneração quando o valor de x é superior ao valor mais baixo utilizado $x = 0.25$. Se tomarmos o valor x=1, olhando para a linha azul, é possivel verificar que as concessionárias ganhariam até quase 50 milhões de euros menos no final do ano 2025.

Para fazer uma análise mais rigorosa, conclusiva e fidedigna, seria exigível utilizar técnicas de simulação mais avançadas do que aquelas que nós utilizámos para a simulação dos valores do IPC e utilizadas na predição em modelos financeiros.

Com este estudo "simplista" pretendemos apenas levantar as questões e tentar perceber e justificar a utilização destes valores para a variável x.

2.2 Dedução por Falhas de Desempenho - Ded_t

Na cláusula 72.3 do contrato temos que a parcela correspondente ao valor a deduzir à remuneração de acordo com as falhas de disponibilidade do troço para circulação é dada por:

$$Ded_t = \sum_j F_j(Dis)_t \tag{6}$$

onde j, corresponde ao lanço da concessão com falha de disponibilidade.

Assim, o termo $F_j(Dis)_t$ corresponde ao valor que a concessionária perde de acordo com a falha disponibilidade no lanço j no ano t.

$$F_j(Dis)_t = \left[tdAi_t * \frac{IPC_{Dez(t-1)}}{IPC_{Dez2009}} * x + tdA_t * (1-x) \right] * T_j * c_j(g) * c_j(d) \tag{7}$$

onde

- consideramos $T_j = L_j/L$ em que L_j corresponde ao número de quilómetros da concessão afetados pela indisponibilidade e L_j corresponde ao número de quilómetros total do lanço correspondente;
- $c_j(g)$ é o coeficiente de gravidade que pode tomar o valor 0.5 se a indisponibilidade for parcial ou 1 se a indisponibilidade for total (significa que o lanço se encontra interrompido);
- $c_j(d)$ é o coeficiente de duração e pode tomar três valores diferentes: 0.3 se a falha de disponibilidade ocorrer entre as 22h e 6h, 0.7 se ocorrer entre as 6h e as 22h, e 1 se ocorrer num período superior a 24h.

Numa primeira fase procurámos simplificar a expressão da parcela Ded_t de forma a reduzir os erros de arredondamento nos cálculos numéricos da disponibilidade. Pois, quando falámos de remunerações na ordem dos milhares de euros, procurar reduzir o número de cálculos, reduz o erro cometido que pode corresponder a centenas ou milhares de euros.

Assim,

$$\frac{Dis_t}{nd_t} = \left[tdAi_t * \frac{IPC_{Dez(t-1)}}{IPC_{Dez2009}} * x + tdA_t * (1-x) \right] \tag{8}$$

$$\Rightarrow F_j(Dis)_t = \frac{Dis_t}{nd_t} * T_j * c_j(g) * c_j(d) \tag{9}$$

$$\begin{aligned} &\Rightarrow Ded_t = \sum_j \left(\frac{Dis_t}{nd_t} * T_j * c_j(g) * c_j(d) \right) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow Ded_t = \frac{Dis_t}{nd_t} * \sum_j \left(T_j * c_j(g) * c_j(d) \right) \end{aligned} \tag{10}$$

Como podemos ver, a parcela Ded_t é múltipla de Dis_t e, colocando a parcela Dis_t em evidência, evitamos calculá-la em cada iteração, o que reduz os erros de arredondamento.

Outro problema que tentámos solucionar apresentando uma nova proposta prende-se com o coeficiente de duração $c_j(d)$.

De facto, verificámos que uma falha de duração de, por exemplo, 23h corresponde a um valor $c_j(d)$ superior ao de uma falha de 24h. No entanto, seria de esperar que o coeficiente fosse mais elevado para falhas de duração superiores.

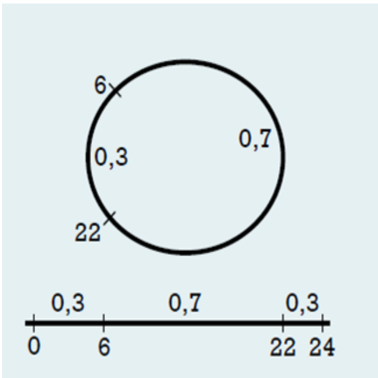

Figure 5: Coeficiente de duração da falha de disponibilidade

Imaginemos que a estrada se encontra interdita entre a 1h e as 23h de um determinado dia. O coeficiente $c_j(d)$ é calculado da seguinte forma:

$$c_j(d) = 0.3 + 0.7 + 0.3 \tag{11}$$

Assim apresentamos uma forma alternativa que considerando pesos diferentes para alturas do dia diferentes mantém uma certa proporcionalidade e coerência:

$$c_j(d_1, d_2) = 0.3\frac{d_1}{8} + 0.7\frac{d_2}{16} \tag{12}$$

Nesta expressão são considerados dois períodos de tempo diferentes ao longo do dia:

- o período 1, entre as 00h e as 06h (inclusive) e entre as 22h e 24h (exclusive), quando tráfego é menor;
- o período 2, entre as 06h e as 22h (exclusive), quando o tráfego é maior.

Assim, d_1 corresponde ao número de horas em que o lanço se encontra insdisponível durante o período 1 e d_2 corresponde ao número de horas em que o lanço se encontra indisponível durante o período d_2.

2.3 Dedução/Incremento por Sinistralidade - Sin_t

De acordo com a cláusula 72.7 do contrato temos que Sin_t é o montante correspondente à dedução ou incremento imposto em resultado da evolução dos índices de sinistralidade para o ano t, e é calculado da seguinte forma:

- Se $IS_t(Conc) < IS_t(ponderado)$ trata-se de um incremento:

$$Sin_t = 2\% \times (Dis_t) \times \frac{IS_{t-1}(ponderado) - IS_t(Conc)}{IS_t(Conc)} \tag{13}$$

- Se $IS_t(Conc) > IS_t(ponderado)$ trata-se de uma dedução:

$$Sin_t = 2\% \times (Dis_t) \times \frac{IS_t(Conc) - IS_{t-1}(ponderado)}{IS_t(Conc)} \tag{14}$$

onde,

- $IS_t(ponderado)$ - índice de sinistralidade ponderado para o ano t;
- $IS_t(Conc)$ - índice de sinistralidade da concessão para o ano t;

À primeira vista vemos logo que não é necessário desdobrar em dois casos (incremento e dedução) uma vez que, consoante o sinal de Sin_t estes ficam definidos como dedução ou incremento.

Além disso, existe um desfazamento temporal entre índice ponderado e os outros índices de sinistralidade que, aparentemente, parecem não ter sentido. Portanto uma simplificação rápida seria modificar a fórmula da seguinte forma:

$$Sin_t = 2\% \times (Dis_t) \times \frac{IS_t(ponderado) - IS_t(Conc)}{IS_t(Conc)} \tag{15}$$

2.3.1 Análise dos limites de Sin_t em função de $IS_t(Conc)$

O valor $IS_t(Conc)$ diz respeito ao "índice de sinistralidade da concessão para o ano t" e pode tomar valores no intervalo $[0, +\infty[$, dependendo do número de acidentes no ano t com vítimas (mortos e/ou feridos) registados pelas autoridades competentes nos sublanços da Concessão.

Observemos então o que acontece ao quociente $\dfrac{IS_t(ponderado) - IS_t(Conc)}{IS_t(Conc)}$ quando $IS_t(Conc)$ tende para 0 e para $+\infty$:

- $\lim_{IS_t(Conc)\to 0} \dfrac{IS_t(ponderado) - IS_t(Conc)}{IS_t(Conc)} = +\infty$
- $\lim_{IS_t(Conc)\to +\infty} \dfrac{IS_t(ponderado) - IS_t(Conc)}{IS_t(Conc)} = 0.4\dfrac{L_i}{L-1}$

Os prémios não são limitados, aumentando sempre, enquanto as multas estão limitadas por uma assíntota o que significa que nunca vão ultrapassar um dado valor. Isto leva a uma disparidade brutal entre prémios e multas.

Analisando estes dois resultados concluímos que a concessão sai altamente beneficiada com a utilização desta fórmula. De forma caricata verificámos que, no caso de um lanço da Concessão em que num ano não ocorre nenhum acidente a concessionária ganha "infinitos milhões de euros", ou seja é impossível. A função apenas se encontra definida em $]0, +\infty[$. Levanta-se então a questão do que fazer quando não ocorre nenhum acidente com vítimas (mortos ou feridos).

2.3.2 Análise de $IS_t(ponderado)$

No contrato em estudo o valor de $IS_t(ponderado)$ é calculado da seguinte forma:

$$IS_t(ponderado) = 60\% \times IS_t(Conc) + 40\% \times IS_t(TodasConc) \tag{16}$$

onde

$IS_t(TodasConc)$ - índice de sinistralidade de todas as concessões com portagem real para o ano t.

Vemos que $IS_t(Conc)$ "pesa" 60% e que $IS_t(TodasConc)$ "pesa" 40%.

A primeira questão que se coloca é: "Porque razão foram atribuídos os pesos 60% e 40%?". De seguida perguntamo-nos. "Qual a razão para utilizar um índice ponderado?".

Analisando a fórmula parece que o índice ponderado beneficia a concessão pois por exemplo se $IS_t(Conc)$ fosse 0, ou seja não existiriam acidentes naquela concessão, o índice ponderado teria 40% do número de acidentes de todas as outras concessões em consideração.

Outra questão que poderíamos colocar é: "Porque razão temos $IS_t(Conc)$ em denominador?". Uma vez que $IS_t(Conc)$ muda de concessão para concessão parece não fazer muito sentido dividir por este valor.

Assim, procuramos perceber o porquê de tal facto fazendo uma análise gráfica através da variação dos parâmetros.

Considerámos a função:

$$IS_t(ponderado)(y) = y \times IS_t(Conc) + (1-y) \times IS_t(TodasConc) \tag{17}$$

E sabendo que

$$IS_t(Conc) = \frac{N_i(t) \times 10^8}{L_i \times TMDA_t \times 365} = \lambda \frac{N_i(t)}{L_i} \tag{18}$$

onde

- $N_i(t)$ - número de acidentes no ano t, com vítimas (mortes ou feridos), registados no sublanço i da Concessão pela autoridade policial competente.
- L_i - extensão total, em quilómetros, do sublanço i.
- $TMDA_t$ - tráfego médio diário anual registado na Concessão no ano t.

E ainda que

$$IS_t(TodasConc) = \frac{\sum_i IS_t(Conc) \times L_i}{\sum_i L_i} = \lambda \frac{\sum_i N_i}{L} \tag{19}$$

Então por (18) e por (19) temos que

$$IS_t(ponderado)(y) = y \times \frac{N_i(t)}{L_i} + (1-y) \times \frac{\sum_i N_i}{L} \tag{20}$$

$$Sin_t(y) = 2\% \times (Dis_t) \times (y + (1+y) \times \frac{\sum_i N_i}{L} \times \frac{L_i}{N_i} - 1) \tag{21}$$

Tendo estes aspetos em conta foram obtidos alguns gráficos em função do peso dado a cada parcela no índice ponderado e em função do número de mortos ou feridos de modo a observar como se comporta a função Sin_t.

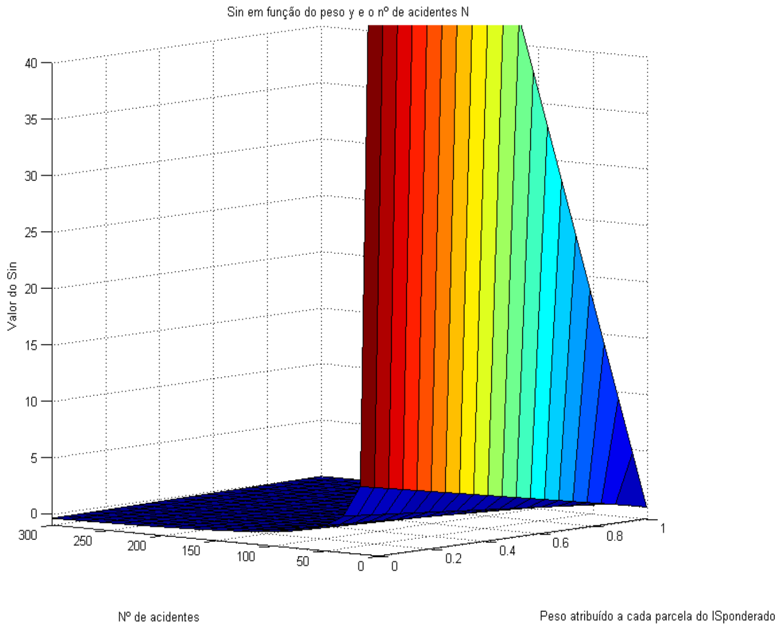

Figure 6: Dedução/Incrementos tenho em conta o nº de acidentes com vítimas e as % no $IS_t(ponderado)$

Observando o gráfico vemos que, independentemente do valor de y considerado, à medida que o número de acidentes com mortos ou feridos aumenta, Sin_t decresce lentamente tendendo, como seria de esperar, para um valor valor constante dado por $0.4\dfrac{L_i}{L-1}$. Quando o número de acidentes com vítimas diminui a função cresce rapidamente e tende para $+\infty$.

Considerando agora a variação de y no cálculo de $IS_t(ponderado)$ verificámos que, quanto menor o valor de y mais rapidamente cresce o valor de Sin_t, atingindo os prémios mais rapidamente.À medida que o valor de y vai aumentando o valor dos prémios recebidos Sin_t vai diminuindo. Com este gráfico conseguimos ter a perceção do quão assimétrico são as deduções e os incrementos dados pela função Sin_t.

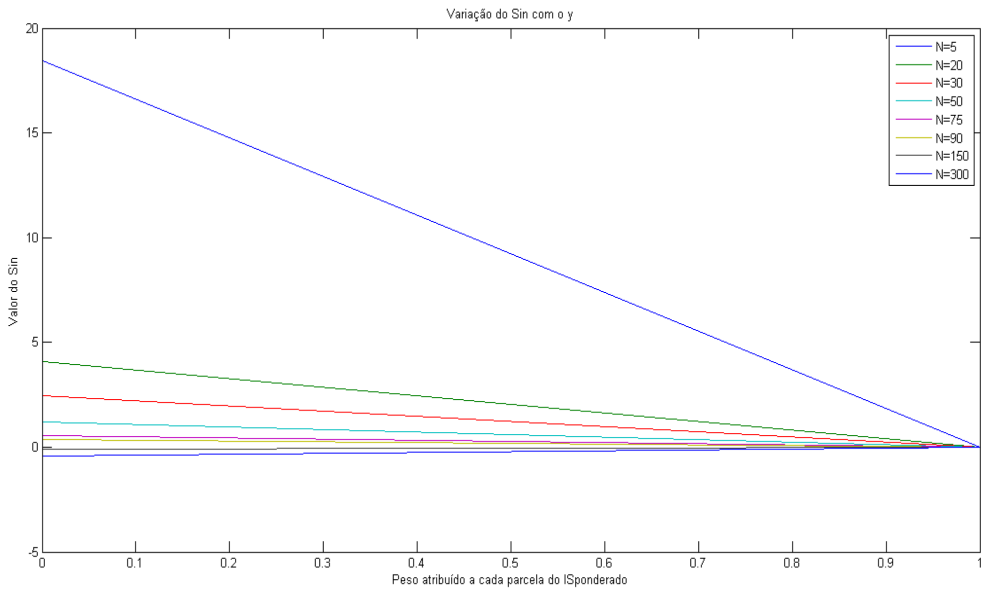

Figure 7: Dedução/Incrementos as % no $IS_t(ponderado)$ para vários valores de N (número de acidentes com mortos ou feridos)

A partir deste gráfico ainda é mais notória a importância dos pesos dados no índice ponderado. Por exemplo para um número de acidentes com feridos igual a 5 temos que à medida que o peso de $IS_t(Conc)$ aumenta diminui o valor de Sin_t. Assim, verifica-se aquilo que afirmámos anteriormente: se o número de acidentes for reduzido e o peso de $IS_t(TodasConc)$ relativamente elevado as concessões são muito beneficiadas. Só existe prejuízo se o número de acidentes for bastante elevado e, mesmo assim, esse prejuízo quase que não é relevante comparando com os incrementos.

Tendo em conta todos os aspetos retratados anteriormente iremos na próxima secção propor três alternativas para a função Sin_t.

3 Alternativas para a Dedução/Incremento por Sinistralidade

Considerando toda a análise e aspetos considerados anteriormente, apresentamos algumas alternativas.

3.1 Proposta 1

A primeira proposta corresponde a remover o $IS_t(Conc)$ do denominador e substituir por $IS_t(ponderado)$. Portanto ficamos com:

$$Sin_t = 2\% \times (Dis_t) \times \frac{IS_t(ponderado) - IS_t(Conc)}{IS_t(ponderado)} \tag{22}$$

Apesar de ter sido feita apenas uma pequena alteração é possível observar diferenças significativas na função Sin_t.

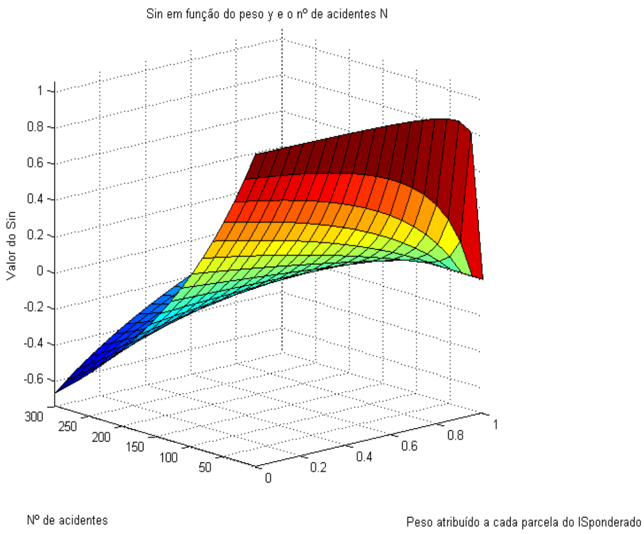

Figure 8: Proposta Dedução/Incrementos tenho em conta o nº de acidentes e as % no $IS_t(ponderado)$

Considerando este gráfico e o gráfico da fórmula original verificam-se, de facto, alterações. Os valores das deduções e incrementos parecem mais simétricos e não existem tantas diferenças entre o peso dado a cada parcela no $IS_t(ponderado)$.

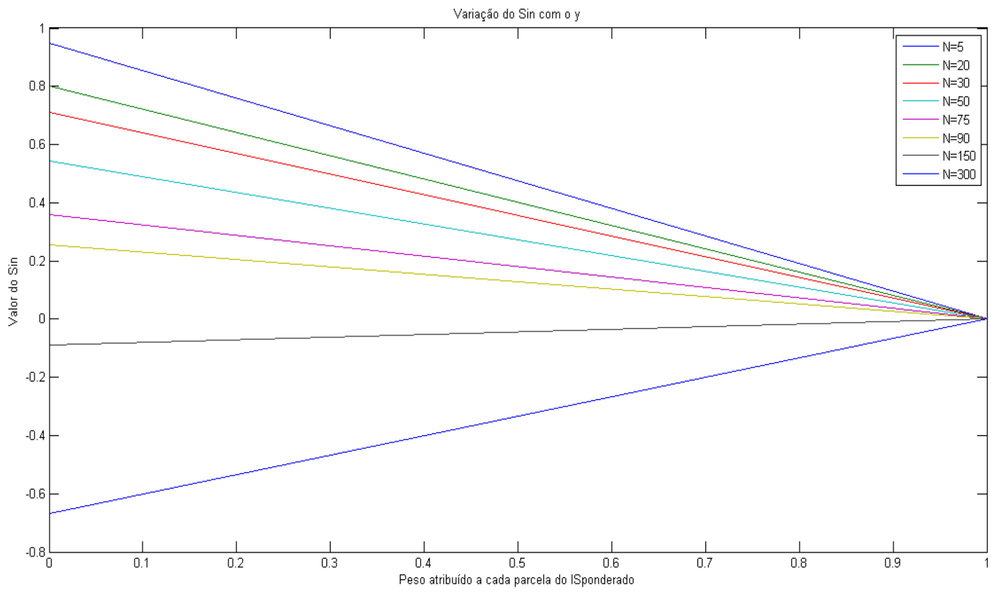

Figure 9: Proposta Dedução/Incrementos as % no $IS_t(ponderado)$ para vários valores de N (número de acidentes)

Neste gráfico conseguimos perceber melhor o que se passa, e conseguimos observar que apesar de os valores das deduções e incrementos estarem mais equilibrados, os prémios ainda são ligeiramente mais elevados e portanto esta proposta ainda não é a melhor opção.

3.2 Prosposta 2 - Modelo Reino Unido

$$RSI = PIA_{sr} - PIA$$

$$Incentive \begin{cases} if\ |RSI| < 2 \xrightarrow{then} No\ Bonus\ or\ Penalties \\ if\ |RSI| > 42 \begin{cases} RSI > 0 \xrightarrow{then} Bonus = £1{,}000{,}000 \\ RSI < 0 \xrightarrow{then} Penalty = £1{,}000{,}000 \end{cases} \\ if\ |RSI| \epsilon [2,42] \xrightarrow{then} Bonus\ or\ Penalties\ according\ to\ the\ next\ liner\ function: \end{cases}$$

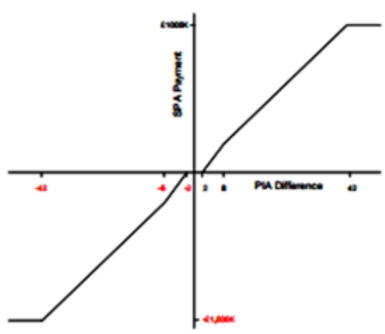

Figure 10: Modelo Reino Unido

PIA-Personal Injury Accidents (em comparação com estradas semelhantes).

Há prémios ou multas, até um máximo de 1M £, dependendo da diferença de PIA na estrada a partir da referência em proporção ao desempenho nas estradas comparador(PIAsr).

O modelo utilizado no Reino Unido torna o acordo muito mais equilibrado,uma vez haver teto para multas e prémios e a forma como variaram são iguais. Este surge-nos então como uma sugestão a seguir para o caso das PPP portuguesas.

Nota: Este modelo foi retirado do trabalho "Do PPP contracts improve road safety?" redigido por José Vassalo, Thais Rangel, Pablo Perez de Villar e Blanca Arenas.

3.3 Proposta 3

De acordo com as secções anteriores, tem-se que a disponibilidade faz parte do cálculo das deduções e do cálculo da sinistralidade. Logo, faz parte de todas a parcelas que constituem o cálculo da remuneração anual. Portanto, a fórmula da remuneração pode ser simplificada da seguinte forma.

$$R_t = (1 - Ded_t + Sin_t)Dis_t \tag{23}$$

Sendo assim, as parcelas que a constituem podem ser reescritas como:

$$Ded_t = \frac{1}{L}\sum_i L_i \times c_i(g) \times c_i(d) \tag{24}$$

$$Sin_t = 0.02\left(\frac{P_i}{N_i(t)} - 1\right) \tag{25}$$

e

$$P_i = 0.6N_i(t-1) + 0.4\frac{L_i}{L}\sum_j N_j(t-1) = 0.6N_i(t-1) + 0.4KL_i \tag{26}$$

com

$$K = \frac{\sum_j N_j(t)}{L}. \tag{27}$$

Como já foi falado anteriormente, a fórmula da sinistralidade levanta algumas questões. Nomeadamente, o fato de ser calculada com um desfasamento temporal que não tem explicação. Então, se não considerarmos esse desfasamento a sua fórmula pode ser ainda mais simplificada. Como é possivel observar na seguinte expressão:

$$Sin_t = 0.008\left[\frac{L_i}{N_i(t)} \times K - 1\right] \tag{28}$$

com

$$K = \frac{\sum_j N_j(t)}{L}. \tag{29}$$

A sinistralidade é calculada tendo em conta o índice de sinistralidade ponderado $IS_t(ponderado)$, que considera com um certo peso o índice de sinistralidade de todas as concessões. Portanto, é de esperar que isto influencie de uma forma positiva os valores do prémio e de uma forma negativa os valores da multa. Assim, uma alternativa a esta situação é considerar a média pesada de todas as concessões (19) em vez do índice de sinistralidade ponderado. Assim, considera-se que a sinistralidade é dada por:

$$Sin_t = 0.02 \times \frac{IS_t(TodasConc) - IS_t(Conc)}{IS_t(TodasConc)}. \tag{30}$$

A fórmula anterior também não considera o desfasamento temporal que possui a fórmula de cálculo da sinistralidade inicial. Simplificando a expressão anterior, obtemos o seguinte:

$$Sin_t = 0.02\left(\frac{N_i(t)}{KL_i} - 1\right) \tag{31}$$

com

$$K = \frac{\sum_j N_j(t)}{L}. \tag{32}$$

Para melhor comparar e estudar os resultados das duas alterações efetuadas à fórmula da sinistralidade, fez-se uma simulação que se encontra descrita nos seguintes gráficos.

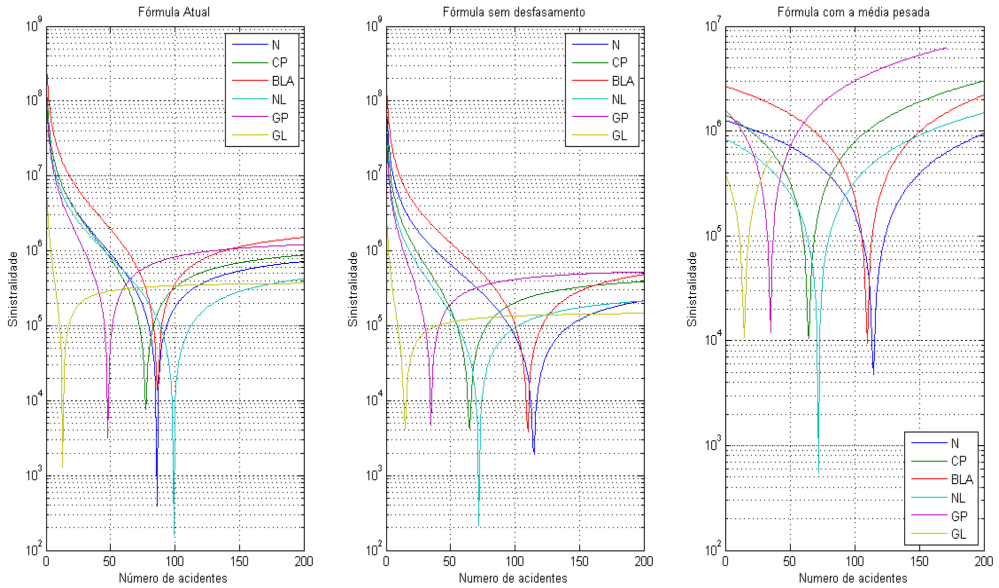

Figure 11: Fórmula da sinistralidade inicial (à esquerda); fórmula da sinistralidade sem desfasamento temporal (ao centro); fórmula da sinistralidade com a média pesada (à direita).

No primeiro gráfico, é possível observar a fórmula da sinistralidade inicial em função do número de acidentes. Trata-se de uma função definida por ramos, em que um dos ramos corresponde aos prémios e o outro corresponde às multas. Mas, é possível constatar que os ramos não são simétricos. Em particular, os valores possíveis de prémio podem ser muitos mais elevados do que os valores possíveis de multa. O que já era de esperar devido ao $IS_t(ponderado)$.

No segundo gráfico, é possível observar que as curvas sofrem uma translação para a esquerda em relação ao gráfico da esquerda. Ou seja, sem o desfasamento temporal as concessionárias sofrem multa com um menor número de acidentes.Mas os valores obtidos de prémio continuam superiores aos de multa.

No gráfico mais à esquerda, é retratada a fórmula da sinistralidade com a média pesada. Aqui vê-se que as curvas se tornam mais simétricas. Isto é, o que as concessionárias podem receber de prémio é tão elevado quanto o que podem pagar de multa. Sendo muito semelhante com o modelo do Reino Unido proposto na secção 3.2. Assim esta é a melhor opção, uma vez que torna mais justo o contrato para ambas as partes.

4 Conclusão

Após a análise de alguns contratos das PPP portuguesas, confirma-se que muitas expressões matemáticas continham erros e parcelas desnecessárias que aumentam a dificuldade para quem tenta analisar estes contratos. Pudemos verificar também que os contratos, para além de ambíguos e mal construídos, não são de todo equilibrados, sendo o Estado sistematicamemte lesado, o que se exprime em milhões de euros pagos a mais do que seria o suposto e ideal. Deste modo procedemos a determinadas correções e propostas para que seja possível obter um equilíbrio contratual, protegendo deste modo as duas organizações envolvidas, não beneficiando nenhuma em relação à outra. Existem muitas perguntas às quais, com o breve estudo não conseguimos dar resposta. Focámo-nos muito no levantar questões e definir algumas linhas de orientação daquilo que poderiamos fazer num desenvolvimento mais alargado.

5 Bibliografia

References

[1] Vassalo, J.M.,et all.(2009).*Do PPP contracts improve road safety?*.European Investment Bank.

[2] Rangel, Thais. (2011). *Evaluation of the effectiveness of safety-based incentives in public private partnerships.Evidence from the case of Spain*, Tese, Universidade Politécnica de Madrid.

[3] `https://www.ine.pt/xportal/xmain?xpid=INE&xpgid=ipc`

[4] `http://www.apcap.pt/`

[5] `http://www.utap.pt/`