

Exercício 35 (nº 94) Queremos ver que se os eixos de três rotações α, β, γ não são concorrentes mas intersectam-se dois a dois, então o produto $\alpha\beta\gamma$ é um parafuso. Sejam l, n, k os eixos de rotação de α, β, γ , respectivamente. Seja H o plano definido pelos três pontos de intersecção dos pares de eixos $a = l \cap n$, $b = n \cap k$ e $c = k \cap l$: é claro que H contém os três eixos. Pelo exercício nº 83, a) (resolução em c) do exercício nº 78) o produto $\alpha\beta$ é uma rotação ρ de eixo m em que $m \cap H = a$; se $k \subset H$ e $m \cap H = a$, então m e k são enviesadas e portanto, pelo exercício nº 83 c), $\rho\gamma = \alpha\beta\gamma$ é um parafuso.

Exercício 36 (nº 95) Num grupo de rotações, G , todos os eixos são concorrentes:

Começemos por notar que não pode haver dois eixos paralelos: se $\rho_1 = R(l, \theta)$ e $\rho_2 = R(n, \phi)$, com $l \parallel n$, então por b) do exercício nº 83, é válida a adição dos ângulos de rotação, $\alpha = \rho_1\rho_2 = R(m, \theta + \phi)$, $m \parallel l \parallel n$; então, o argumento do exercício nº 69 c) adapta-se para mostrar que G teria de conter uma translação: $\beta = \rho_1^{-1}\rho_2^{-1} = R(l, -\theta)R(n, -\phi) = R(m', -(\theta + \phi))$, com $m' \parallel m$, mas $m' \neq m$; então, de novo pelo exercício nº 83 c), $\alpha\beta$ é uma translação.

Se não há dois eixos paralelos, então intersectam-se dois a dois: portanto, ou são todos concorrentes, como queremos concluir, ou estaríamos na situação do exercício anterior e então G conteria um parafuso.