

SESSÃO PÚBLICA DO SEMINÁRIO DE MODELAÇÃO  
MESTRADO EM ENGENHARIA MATEMÁTICA

FCUP,  
JANEIRO DE 2012

RENATO ARAÚJO SOEIRO

O QUE NOS LEVA A  
PAGAR PREÇOS  
DIFERENTES PELO  
MESMO PRODUTO?

# ESTRUTURA DA APRESENTAÇÃO

## INTRODUÇÃO

### MODELO COM DISPERSÃO DE PREÇOS:

- ENQUADRAMENTO;
- EQUILÍBRIOS PARA AS FIRMAS;
- EQUILÍBRIOS PARA OS CONSUMIDORES COM PROCURA NÃO-SEQUENCIAL;
- EQUILÍBRIOS DE MERCADO (COM DISPERSÃO DE PREÇOS?);

## CONCLUSÕES

## GENERALIZAÇÕES?

# INTRODUÇÃO

- AGENTES PROCURAM-SE MUTUAMENTE;
- EXISTÊNCIA DE FRICÇÕES E TEORIA DO AJUSTE;
- ESTUDO DA FORMAÇÃO DE PREÇOS;
- PARADOXO DE DIAMOND;
- O QUE É CRUCIAL PARA A DISPERSÃO DE PREÇOS?
- INFORMAÇÃO.

# ENQUADRAMENTO

*Consumidor no momento da compra tem a informação:*

$$\{p_1, \dots, p_n\}$$

$$F(p)$$

*Função de distribuição dos preços*

*Função lucro para as firmas*

$$\Pi(p)$$

$$b_n$$

*Probabilidade de um consumidor escolhido ao acaso ter observado  $n$  preços;*

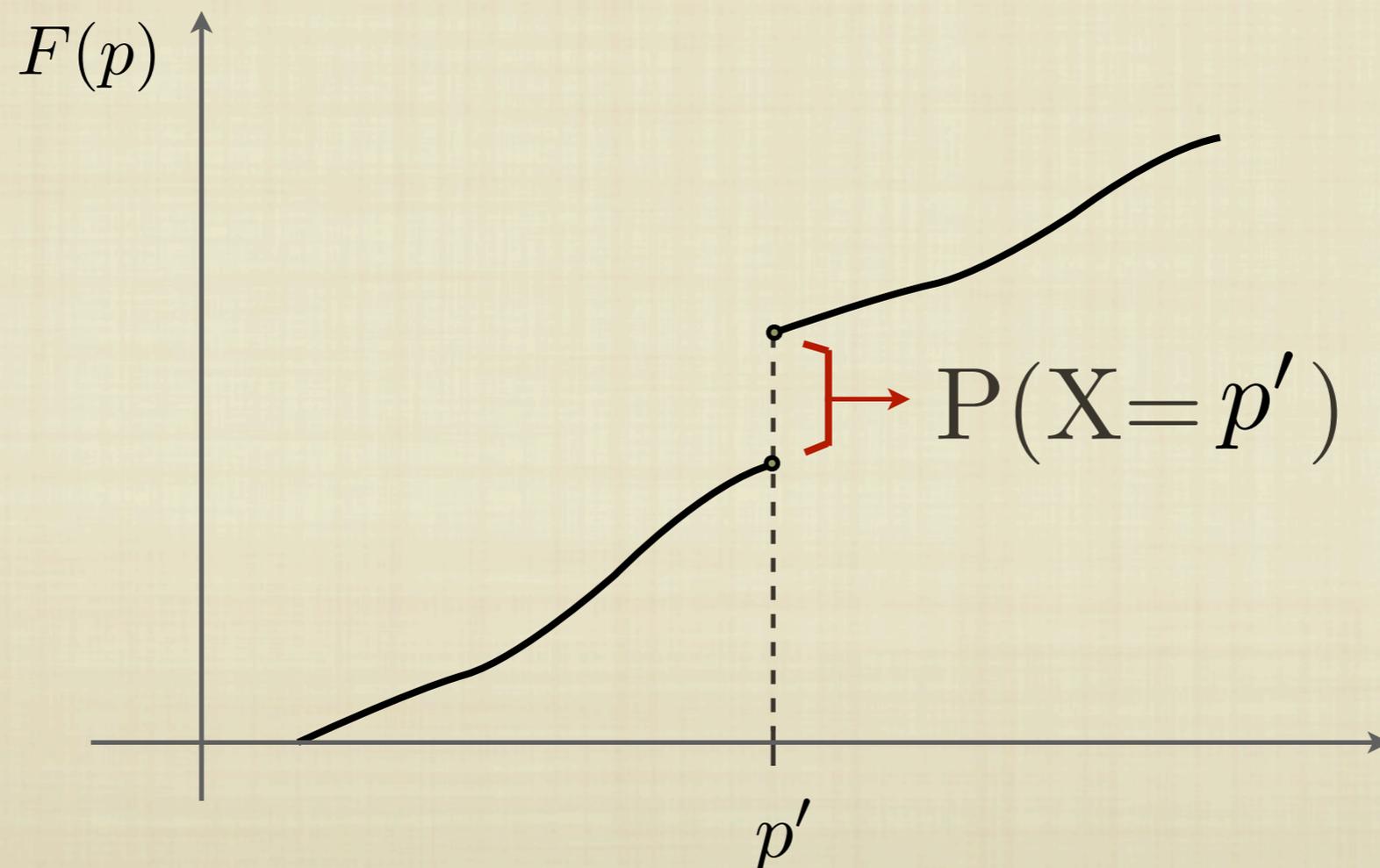
*Comportamento de procura do consumidor*

$$\left(\langle b_n \rangle_{n=1}^{\infty}, \tilde{p}\right)$$

$$b_1 = 1 \implies p^* \text{ (Preço de monopólio)}$$

**Lema 1** Se  $(F(\cdot), \Pi)$  é um equilíbrio de firmas associado a  $(\langle b_n \rangle_{n=1}^\infty, \tilde{p})$  tal que  $b_1 \neq 1$ ,  $F(\cdot)$  ou é contínua com suporte conexo, ou está concentrada em  $r$ .

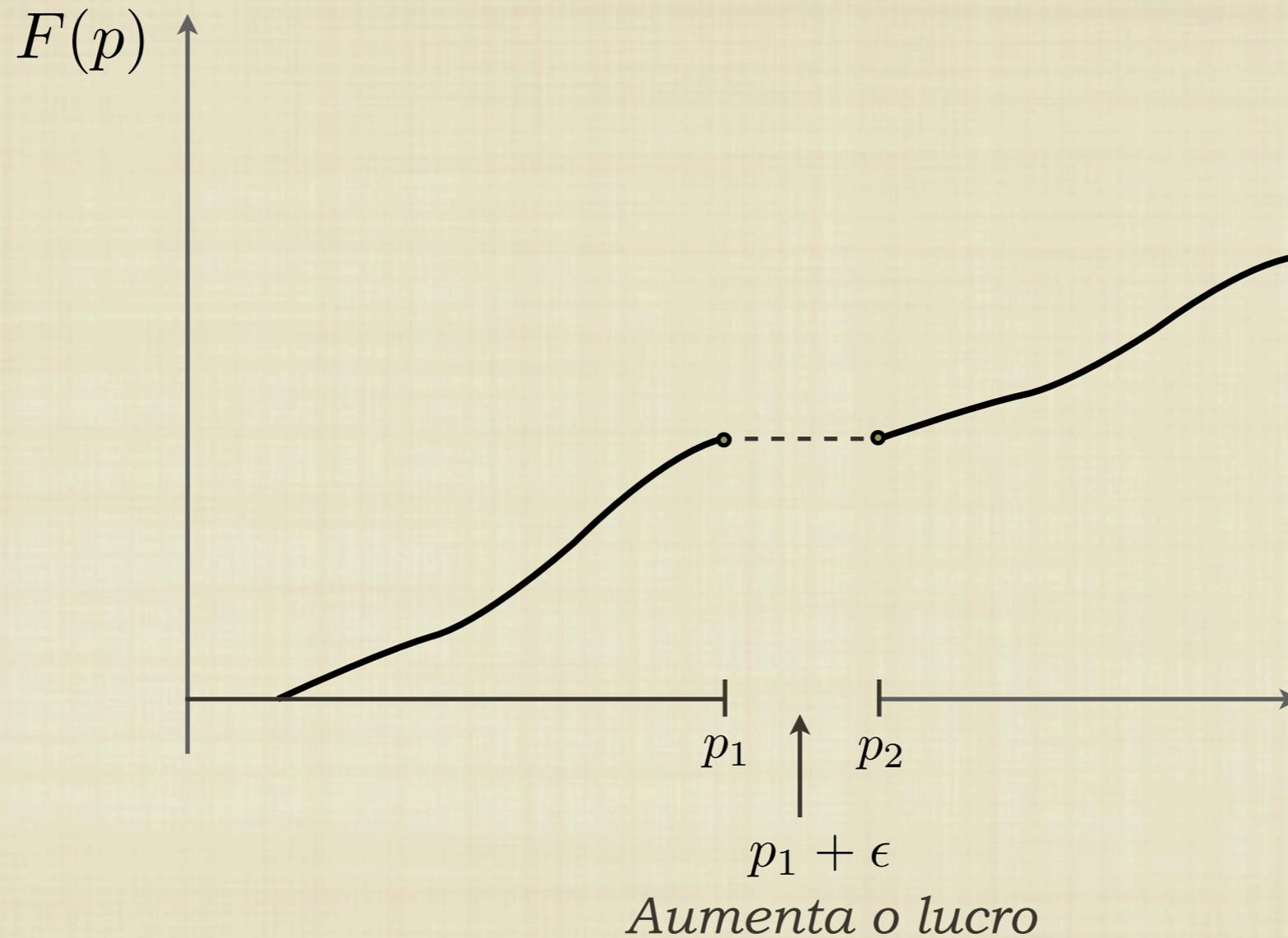
*Demonstração.* Suponhamos que  $F(\cdot)$  tem uma descontinuidade em algum ponto  $p'$ , com  $r < p' \leq \tilde{p}$ , ou seja  $F(p'+) > F(p'-)$ .



$$b_1 \neq 1$$

Supondo  $F$  constante em  $[p_1, p_2]$  (contido no fecho convexo do seu suporte)

$p_1 > r$ ,



Se  $p_1 = r$  e  $F(r) < 1$ ,

ter um preço maior que  $r$  não provoca a perda de todos os clientes.

*Lucro esperado por uma firma que cobre  $p$ ,*

$$\Pi(p) = \begin{cases} (p - r) \mu \sum_{k=1}^{\infty} b_k k (1 - F(p))^{k-1}, & p \leq \tilde{p} \\ 0, & p > \tilde{p} \end{cases}$$

*$F(p)$  estritamente crescente com  
suporte compacto:  $[\underline{p}, \tilde{p}]$*

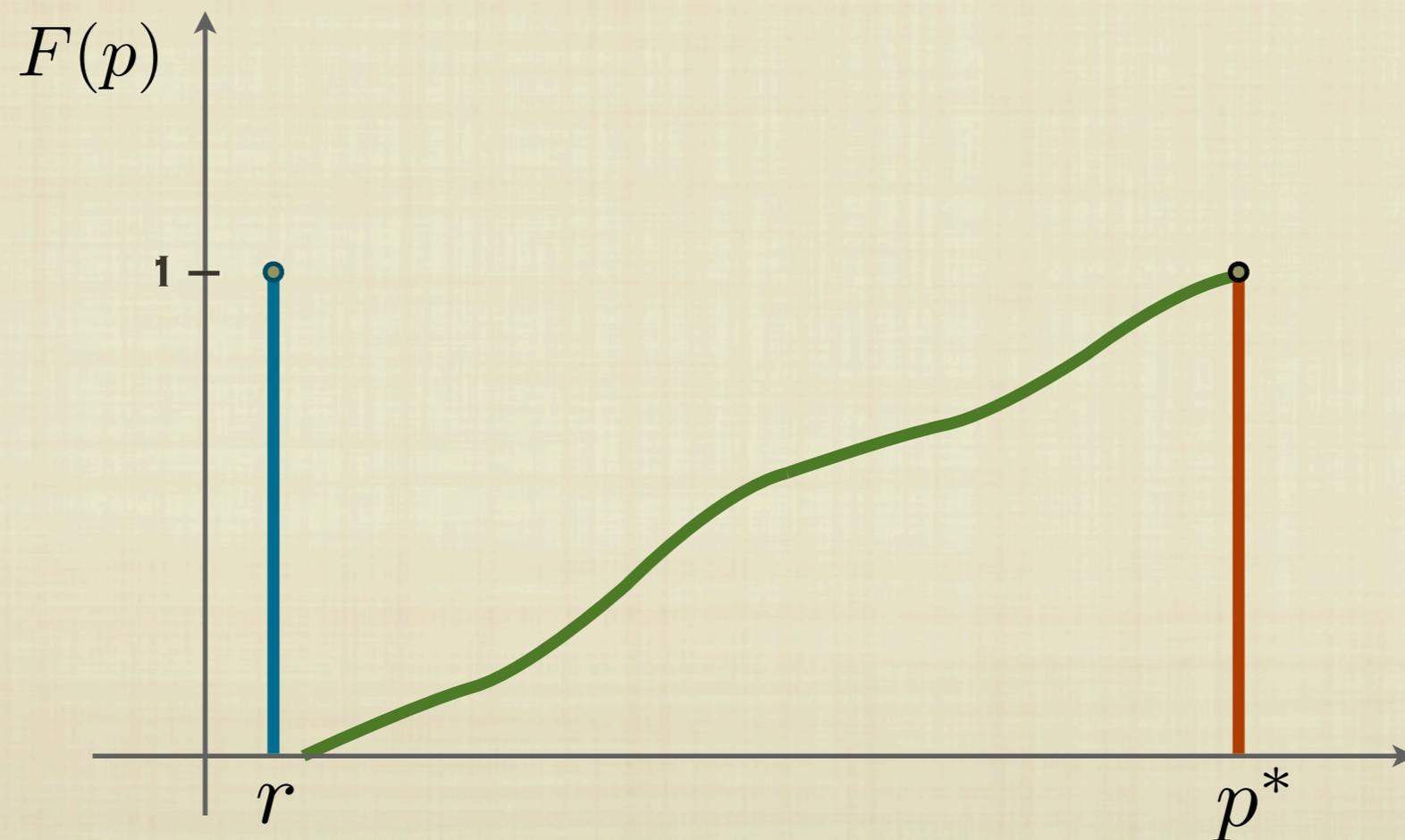
$$\Pi = \mu b_1 (\tilde{p} - r) = \mu (\underline{p} - r) \sum_{n=1}^{\infty} n b_n > 0$$

## POSSÍVEIS EQUILÍBRIOS PARA AS FIRMAS:

**Monopólio:**  $b_1=1$ , preço único  $p^*$

**Dispersão de preços:**  $0 < b_1 < 1$

**Competitivo:**  $b_1=0$ , preço único  $r$



# PONTO DE VISTA DO CONSUMIDOR

---

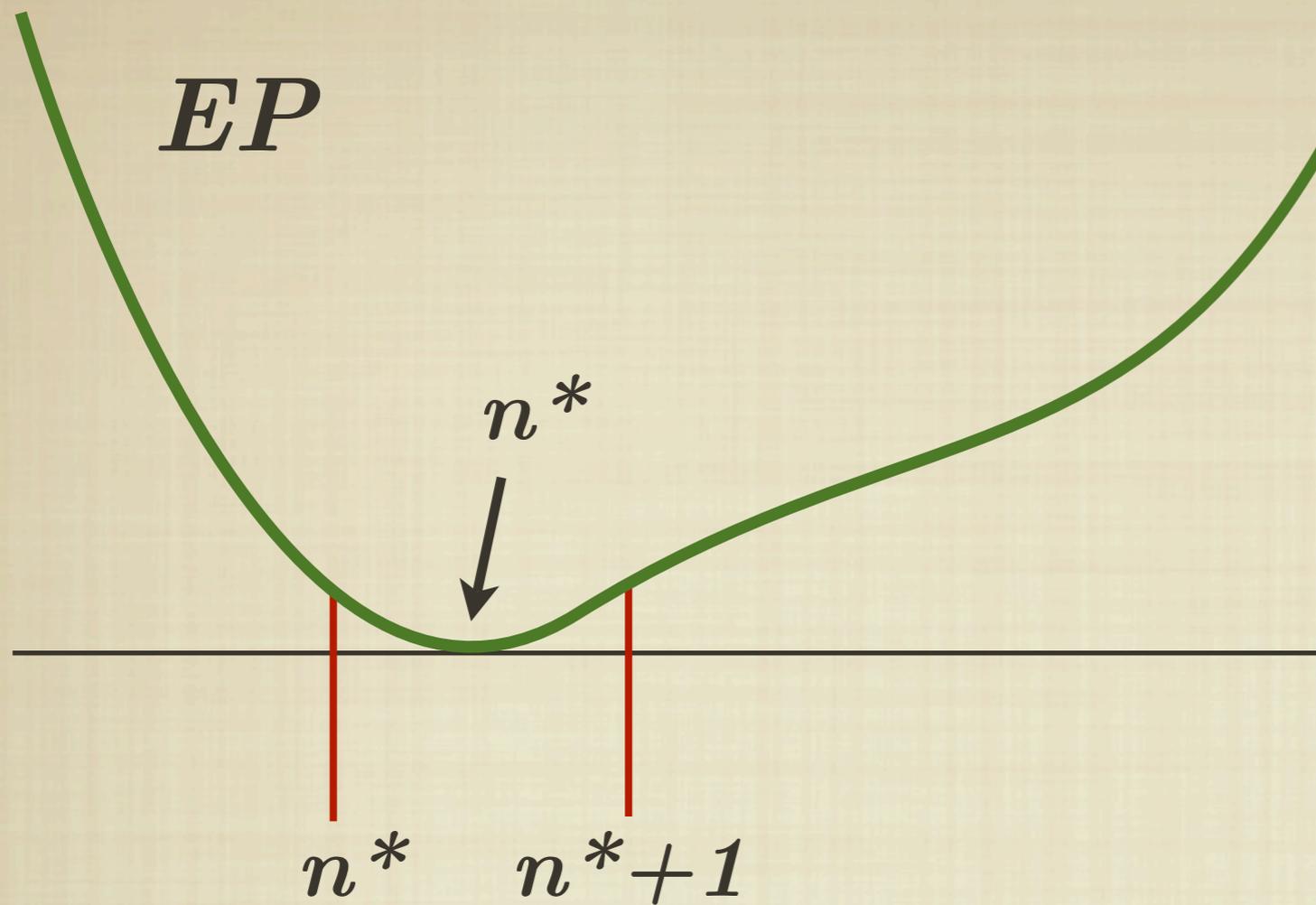
*Procura não-sequencial*

*Consumidor tem que decidir o número de preços a observar para minimizar o custo da compra do produto, ou seja minimizar:*

$$EP(n) = cn + \int_0^{\infty} np(1 - F(p))^{n-1} dF(p)$$

*Função (em  $n$ ) convexa com um mínimo real.*

*Um **equilíbrio de mercado** envolve:  
um equilíbrio para as firmas e a minimização desta função.*



*A estratégia envolve  
escolher um  $n^*$   
Natural;*

*Assim o consumidor escolhe um mínimo natural  $n^*$   
ou fica indiferente entre  $n^*$  e  $n^*+1$ .*

**Afirmção 1.** *Se todos os consumidores enfrentam os mesmos custos de procura  $\bar{c} > 0$ , então em qualquer equilíbrio de mercado  $(F(\cdot), \Pi, \langle b_n \rangle_{n=1}^\infty)$ ,  $b_1 + b_2 = 1$  e  $1 \geq b_1 > 0$ .*

*Demonstração.* Se todos os consumidores enfrentam o mesmo custo de procura, todos observam o mesmo número de preços ou são indiferentes a observar  $n$  ou  $n + 1$  preços.

$$b_{n^*} + b_{n^*+1} = 1$$

Se todos fazem mais do que uma procura, então sabemos que num equilíbrio de firmas, todas as firmas cobram  $r$ . Mas então todos os consumidores fariam uma só procura.

$$b_1 = 0 \Rightarrow F(r) = 1$$

Assim,  $b_1 > 0$  e portanto  $b_1 + b_2 = 1$ . □

*Lucro esperado por uma firma que cobre  $p$ ,*

$$\Pi(p) = \begin{cases} (p - r) \mu \sum_{k=1}^{\infty} b_k k (1 - F(p))^{k-1}, & p \leq \tilde{p} \\ 0, & p > \tilde{p} \end{cases}$$

*$F(p)$  estritamente crescente com  
suporte compacto:  $[\underline{p}, \tilde{p}]$*

$$\Pi = \mu b_1 (\tilde{p} - r) = \mu (\underline{p} - r) \sum_{n=1}^{\infty} n b_n > 0$$

$$b \in [0, 1]$$

$b_1 = b$ ,  $b_2 = 1 - b$  e denotemos por  $(F^b(\cdot), \Pi^b)$  o equilíbrio de firmas associado.

**Afirmção 2.**  $\forall b$ , com  $0 < b < 1$  o único equilíbrio satisfaz

a)  $\Pi^b = (p^* - r)\mu b = (p - r)\mu[b + 2(1 - b)(1 - F^b(p))]$ ,  
para qualquer  $p$  no suporte de  $F^b(\cdot)$ ,

b)

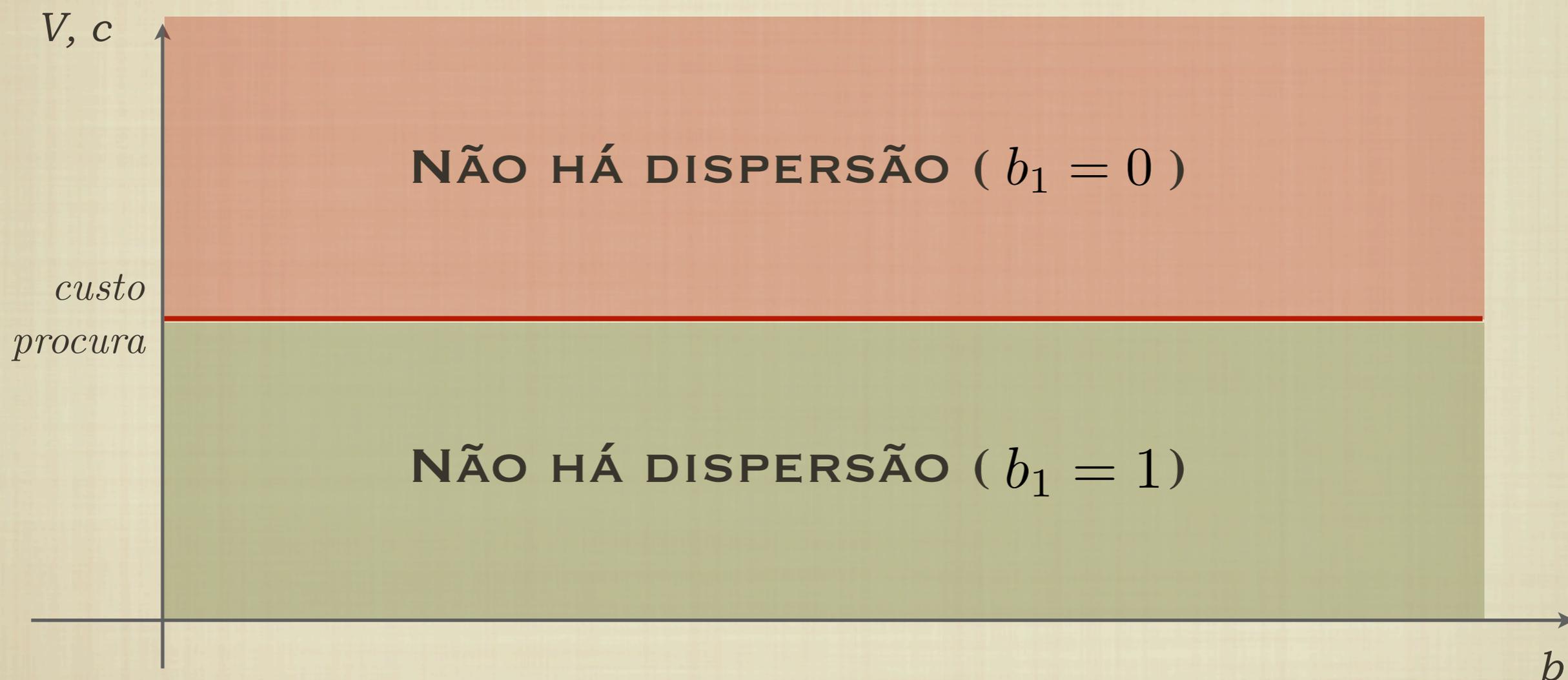
$$F^b(p) = \begin{cases} 0, & \text{se } p < \underline{p}(b) \\ 1 - \left[ \frac{p^* - p}{p - r} \right] \left[ \frac{b}{2(1 - b)} \right], & \text{se } \underline{p}(b) < p \leq p^* \\ 1, & \text{se } p > p^*, \end{cases}$$

c)

$$\underline{p}(b) = (p^* - r) \frac{b}{2 - b} + r$$

Seja  $V$  a diferença esperada no preço pago por um consumidor que observa dois preços em vez de um.

$$V = EP(1) - EP(2)$$



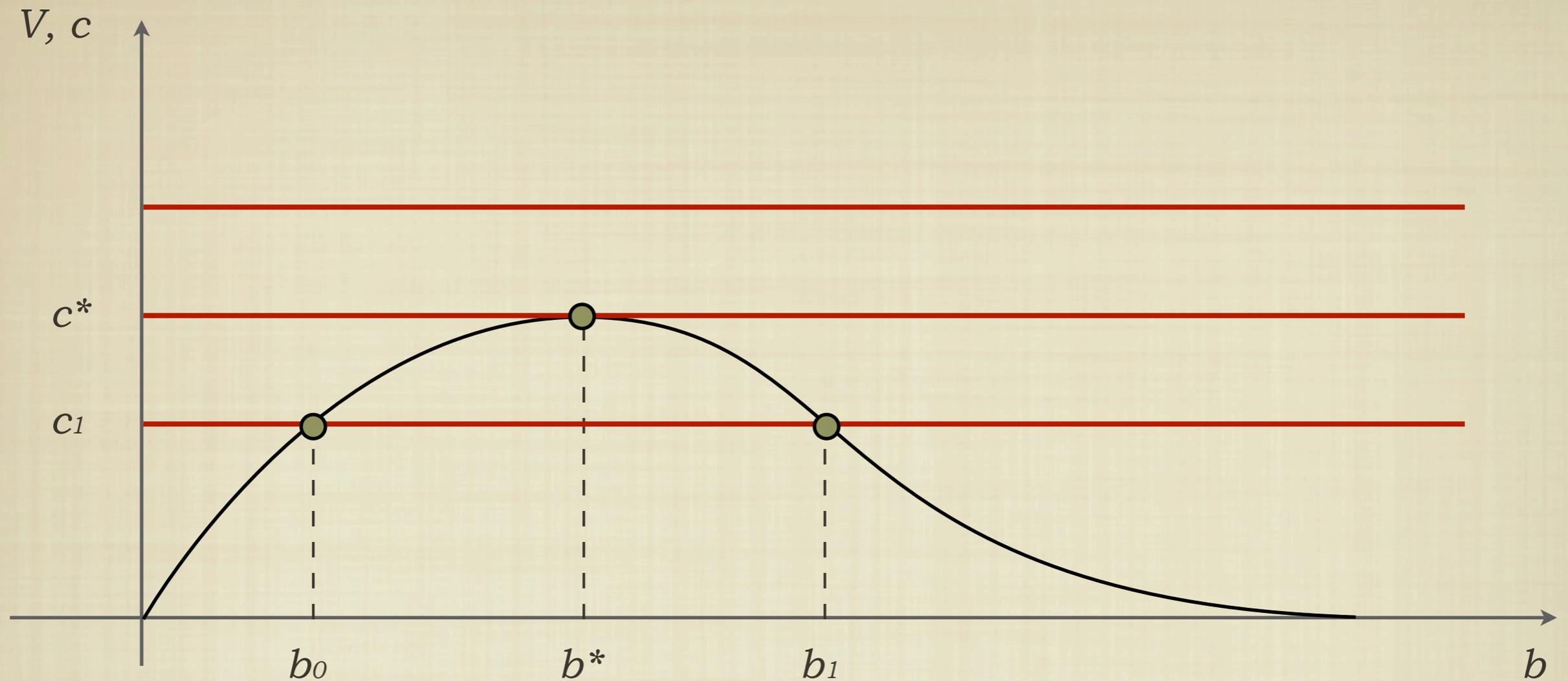
$$V = EP(1) - EP(2)$$

$$EP(n) = cn + \int_0^{\infty} np(1 - F(p))^{n-1} dF(p)$$

$$\begin{aligned} V &= \int_0^{p^*} pdF(p) - 2 \int_0^{p^*} p(1 - F(p))dF(p) \\ &= \int_0^{p^*} F(p)dp - \int_0^{p^*} [F(p)]^2 dp. \end{aligned}$$

$V$  depende da distribuição de preços que o consumidor enfrenta. Considerando a expressão para a distribuição que encontramos antes,  $V$  é uma função de  $b$

$$V(b) = \int_{\underline{p}(b)}^{p^*} F^b(p)dp - \int_{\underline{p}(b)}^{p^*} [F^b(p)]^2 dp$$



*Um equilíbrio com dispersão de preços se  $c=c^*$ ,*

*Dois equilíbrios com dispersão de preços se  $c<c^*$ ,*

*Nenhum equilíbrio com dispersão de preços se  $c>c^*$ .*

# REFERÊNCIAS

---

*A model of price adjustment,  
Diamond, P.*

*(Nobel em 2010)*

*Equilibrium price dispersion,  
Burdett K. & Judd K.*

*Markets with search Frictions*

*Scientific Background on the Sveriges Riksbank Prize in Economic Sciences in  
Memory of Alfred Nobel 2010*

*compiled by the Economic Sciences Prize Committee of the Royal Swedish  
Academy of Sciences*

O QUE NOS LEVOU A PAGAR  
PREÇOS DIFERENTES PELO  
MESMO PRODUTO?

RENATO ARAÚJO SOEIRO

SESSÃO PÚBLICA DO SEMINÁRIO DE MODELAÇÃO  
MESTRADO EM ENGENHARIA MATEMÁTICA

FCUP, JANEIRO 2012