

# Uma introdução a problemas de sequenciamento em sistemas de produção em fluxo

Nicolau Santos

Faculdade de Ciências da Universidade do Porto

18 de Janeiro de 2012

- Introdução
- Literatura (Makespan)
- Pesquisa Local
- Pesquisa Tabu
- Resumo

Num sistema de produção em fluxo temos  $n$  trabalhos para processar em  $m$  máquinas.

O tempo de processo do trabalho  $i$  na máquina  $j$  é conhecido e designado por  $P(i, j)$  ( $i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, m$ ).

Assumimos que:

- cada máquina processa apenas um trabalho de cada vez;
- a um dado tempo, cada trabalho só pode ser processado por uma máquina;
- não é possível interromper um trabalho e retomar mais tarde;
- a sequência de produção dos trabalhos é única.

Primeiras referências surgem em Johnson (1954) onde é apresentado um algoritmo ótimo que resolve o problema em tempo polinomial para  $m = 2$ , contudo a resolução é fortemente NP-Difícil para  $m \geq 3$  (Garey et al, 1976).

Para simular sistemas de produção é acrescentada uma restrição adicional:

- os trabalhos seguem a mesma ordem de processamento em todas as máquinas.

O problema resultante é o chamado Permutation Flowshop Problem, cada solução pode ser representada por uma permutação  $\pi$  e existem  $n!$  possíveis soluções para o problema.

Tomando  $C(i, j)$  como o tempo em que terminamos o trabalho  $i$  na máquina  $j$  o fluxo de uma sequência de trabalhos  $\pi$  pelo sistema de produção pode ser representado do seguinte modo:

$$C(\pi_1, 1) = P(\pi_1, 1)$$

$$C(\pi_1, j) = C(\pi_1, j - 1) + P(\pi_1, j), j = 2 \dots m$$

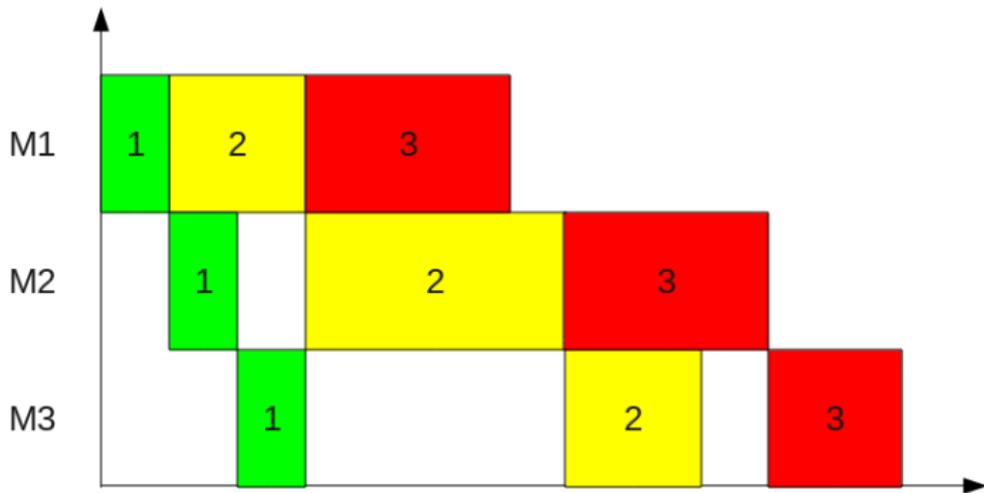
$$C(\pi_i, 1) = C(\pi_{i-1}, 1) + P(\pi_i, 1), i = 2 \dots n$$

$$C(\pi_i, j) = \max \{ C(\pi_{i-1}, j), C(\pi_i, j - 1) \} + P(\pi_i, j),$$

$$i = 2 \dots n, j = 2 \dots m$$

# Introdução

## Representação Gráfica (Gantt Chart)



Existem vários objectivos analisados na literatura, os mais comuns são:

- minimizar o tempo em que terminamos o último trabalho na última máquina (makespan)

$$C_{max} = C(\pi_n, m)$$

- minimizar o tempo total de fluxo (total flowtime)

$$C_{sum} = \sum_{i=1}^n C(\pi_i, m)$$

- minimizar o atraso total (total tardiness)

$$T = \sum_{i=1}^n \max \{ C(\pi_i, m) - d(\pi_i), 0 \}$$

onde  $d(i)$  representa a data de entrega do trabalho  $i$ .

## Métodos exactos:

- Programação Inteira: Tseng et al (2004)
- Branch & Bound: Carlier & Rebai (1996)

## Heurísticas:

- Regras de despacho: Panwalkar & Iskander (1977)
- NEH: Nawaz, Enscore & Ham (1983)

## Meta-heurísticas:

- Tabu Search: Taillard (1990), Nowicki & Smutnicki (1996)
- Iterated Greedy: Ruiz & Stützle (2007)
- Algoritmos populacionais: Nowicki & Smutnicki (2006), Tasgetiren et al (2007)

## Métodos exactos:

- Programação Inteira: Tseng et al (2004)
- Branch & Bound: Carlier & Rebai (1996)

## Heurísticas:

- Regras de despacho: Panwalkar & Iskander (1977)
- NEH: Nawaz, Enscore & Ham (1983)

## Meta-heurísticas:

- Tabu Search: Taillard (1990), Nowicki & Smutnicki (1996)
- Iterated Greedy: Ruiz & Stützle (2007)
- Algoritmos populacionais: Nowicki & Smutnicki (2006), Tasgetiren et al (2007)

## Métodos exactos:

- Programação Inteira: Tseng et al (2004)
- Branch & Bound: Carlier & Rebai (1996)

## Heurísticas:

- Regras de despacho: Panwalkar & Iskander (1977)
- NEH: Nawaz, Enscore & Ham (1983)

## Meta-heurísticas:

- Tabu Search: Taillard (1990), Nowicki & Smutnicki (1996)
- Iterated Greedy: Ruiz & Stützle (2007)
- Algoritmos populacionais: Nowicki & Smutnicki (2006), Tasgetiren et al (2007)

Processo iterativo em que modificamos a solução actual para obter novas soluções.

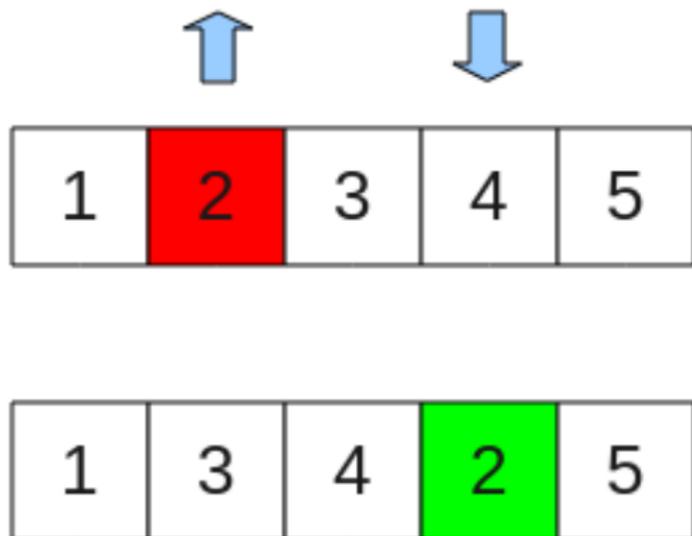
Dada uma solução  $\pi$  geramos uma vizinhança  $N(\pi)$  através de movimentos.

Os movimentos mais comuns são:

- Inserção: o trabalho da posição  $i$  é retirado e inserido na posição  $j$ .
- Troca: trocamos o trabalho da posição  $i$  com o da posição  $j$ .

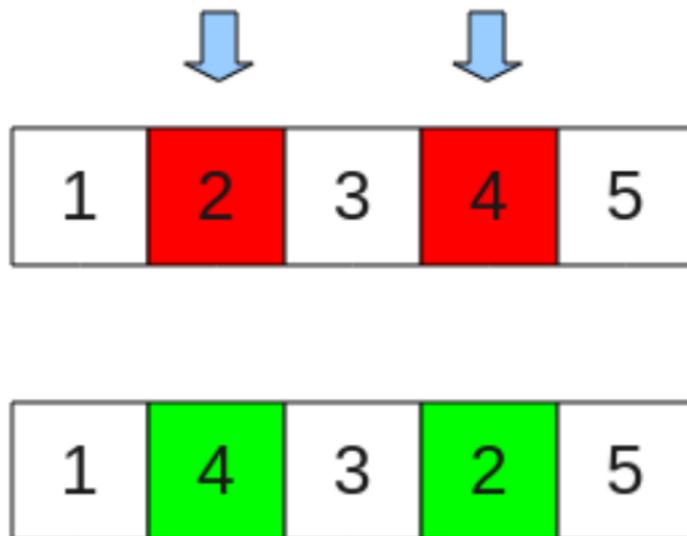
# Pesquisa Local

## Inserção



# Pesquisa Local

Troca



```
procedure local_search( $\pi$ )  
  while  $\pi$  is not locally optimal do  
    Find  $s \in N(\pi)$  with  $f(s) < f(\pi)$ ;  
     $\pi \leftarrow s$ ;  
  end do  
  return  $\pi$ ;  
end procedure
```

Método desenvolvido por Glover (1986) para guiar heurísticas pelo espaço de soluções.

A cada iteração é efectuado um novo movimento (mesmo que para um valor pior que o actual).

O movimento é efectuado com base na lista tabu (memória de movimentos efectuados recentemente).

```
procedure tabu_search( $\pi$ )  
     $\pi_{best} \leftarrow \pi$   
     $\pi^* \leftarrow \pi$   
    while termination criteria not met do  
        Find best  $s \in N(\pi^*)$ ;  
         $\pi^* \leftarrow s$ ;  
        update tabu list  
        if  $\pi^* < \pi_{best}$  then  
             $\pi_{best} \leftarrow \pi^*$ ;  
        end if  
    end do  
    return  $\pi$ ;  
end procedure
```

## **Algoritmo de Taillard:**

Vizinhança de Pesquisa:

- são analisadas todas as possíveis inserções de todos os trabalhos numa estratégia first improve

Lista Tabu:

- composta pelos k objetivos mais recentes
- um movimento é tabu se o seu objetivo estiver na lista

## Algoritmo de Nowicki & Smutnicky:

Vizinhança de Pesquisa:

- são analisadas apenas as inserções de operações no caminho crítico correspondente ao grafo de operações.

Lista Tabu:

- composta por pares  $(a,b)$  correspondentes aos trabalhos e à posição que ocupavam antes do movimento
- um movimento é tabu se o trabalho se encontra numa posição inferior à analisada

Critério de aspiração activo (um movimento tabu é realizado se melhorar a melhor solução encontrada).

Contem uma segunda lista de soluções elite, após *ret* iterações sem melhorar o objectivo reinicia a procura partindo de uma destas soluções.

Porquê um novo algoritmo de Pesquisa Tabu?

- a adaptação do algoritmo de Taillard (1990) a outros objectivos não é competitiva
- o algoritmo de Nowicki & Smutnicki (1996) não é extensível a outros problemas

## Sugestões:

- restringir o tamanho da vizinhança a analisar em cada iteração
- estudar o comportamento do algoritmo com listas tabu dinâmicas

- Foi efectuada uma breve introdução ao “Permutation Flowshop Problem” e métodos utilizados na sua resolução.
- O problema continua em aberto apesar de mais de 50 anos de estudo.
- Foram definidas linhas de exploração de vizinhança a estudar futuramente.

Obrigado!!!

- Tseng, F.T. and Stafford, E.F. and Gupta, J.N.D. and others, 2004. An empirical analysis of integer programming formulations for the permutation flowshop.
- Carlier, J. and Rebai, I., 1996. Two branch and bound algorithms for the permutation flow shop problem.
- Panwalkar, SS and Iskander, W., 1977. A survey of scheduling rules.
- Nawaz, M. and Enscore Jr, E.E. and Ham, I., 1983. A heuristic algorithm for the m-machine, n-job flow-shop sequencing problem.
- Taillard, E., 1990. Some efficient heuristic methods for the flow shop sequencing problem.
- Nowicki, E. and Smutnicki, C., 1996. A fast tabu search algorithm for the permutation flow-shop problem.

- Ruiz, R. and Stutzle, T., 2007. A simple and effective iterated greedy algorithm for the permutation flowshop scheduling problem.
- Glover, F., 1986. Future paths for integer programming and links to artificial intelligence.
- Nowicki, E. and Smutnicki, C., 2006. Some aspects of scatter search in the flow-shop problem.
- Tasgetiren, M.F. and Liang, Y.C. and Sevkli, M. and Gencyilmaz, G., 2007. A particle swarm optimization algorithm for makespan and total flowtime minimization in the permutation flowshop sequencing problem.
- Johnson, S.M., 1954. Optimal two-and three-stage production schedules with setup times included.
- Garey, M.R. and Johnson, D.S. and Sethi, R., 1976. The complexity of flowshop and jobshop scheduling.