

MATEMÁTICA II 2008
EXERCÍCIOS PARA REVISÃO

(1) Sejam

$$\begin{aligned} f(x, y) &= xy & g(x, y) &= e^x \cos y \\ F(x, y) &= (-x, f(x, y)) & G(x, y) &= \cos r^2 \left(\frac{x}{r}, \frac{y}{r} \right) & r &= \sqrt{x^2 + y^2} \\ C : [-\pi, \pi] &\longrightarrow \mathbf{R}^2 & C(t) &= ((t+1)^2 \cos t, (t+1)^2 \sin t) \\ D &= \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1, y \geq 0 : 4x^2 + y^2 = 1\} & P &= \left(\frac{\sqrt{2}}{4}, \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \end{aligned}$$

$$A = \{(x, y) : x, y \in \mathbf{R} : x^2 + y^2 \leq 1\} \quad U = \{(x, y) : x, y \in \mathbf{R} : x^2 + y^2 < 1/4\}$$

- (a) Desenhe C , D , A e U .
- (b) Encontre e desenhe a reta tangente a C em $C(-\pi/2)$.
- (c) Encontre e desenhe a reta tangente a D em P .
- (d) Encontre a expressão do plano tangente ao gráfico de f no ponto $(1, \sqrt{3})$.
- (e) Encontre todos os pontos críticos de f e de g em U .
- (f) Encontre o máximo e o mínimo de f e de g em A .
- (g) Encontre o máximo e o mínimo de f e de g em D .
- (h) Calcule $\frac{dh}{dt}$ onde $h : [-\pi, \pi] \longrightarrow \mathbf{R}$ é dada por $h(t) = f(C(t))$.
- (i) Calcule $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$, $\frac{\partial g}{\partial x}$, $D_P f(1, 0)$ e $D_P g(0, \pi)$.
- (j) Decida se $F(x, y) = \nabla \varphi(x, y)$ para alguma função $\varphi(x, y)$.
- (k) Calcule

$$\int_C F \quad \int_D F \quad \int_C G \quad \int_D G$$

(2) Resolva os exercícios (1a), (1b); (1d) a (1h) e (1k) para

$$\begin{aligned} f(x, y, z) &= xyz & g(x, y, z) &= e^x \cos y e^z & F(x, y, z) &= (f(x, y, z), f(y, z, x), f(z, x, y)) \\ G(x, y, z) &= \cos r^2 \left(\frac{x}{r}, \frac{y}{r}, \frac{z}{r} \right) & r &= \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \\ C : [-\pi, \pi] &\longrightarrow \mathbf{R}^3 & C(t) &= ((t+1)^2 \cos t, (t+1)^2 \sin t, (t+1)^2) \end{aligned}$$

$$D = \{(x, y, z) : 0 \leq x \leq 1, y \geq 0, z \geq 0 : 4x^2 + y^2 + z^2 = 1\} \quad P = \left(\frac{\sqrt{2}}{4}, \frac{\sqrt{2}}{2}, 0 \right)$$

$$A = \{(x, y, z) : x, y, z \in \mathbf{R} : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\} \quad U = \{(x, y, z) : x, y, z \in \mathbf{R} : x^2 + y^2 + z^2 < 1/4\}$$

- (a) Calcule o plano tangente a D em P .
- (b) Calcule $\frac{\partial^3 f}{\partial z \partial y \partial x}$
- (c) Decida se $F(x, y, z) = \nabla \varphi(x, y, z)$ para alguma função $\varphi(x, y, z)$.