

Matemática II — 2008 — primeiro teste-surpresa — Duração 40 minutos
RESPONDA ÀS PERGUNTAS NA PRÓPRIA FOLHA — Use o verso como rascunho

NOME: _____

Para cada uma das perguntas marque com um X apenas uma alternativa, a que considere mais correta e completa. **Três respostas erradas anulam uma resposta correta.** Todas as perguntas têm o mesmo valor. O teste vale até um valor de bônus na nota final.

1. Seja $C(t)$ a trajetória $C(t) = (\sin^3(t), \cos^3(t))$ com $t \in [-\pi/4, 7\pi/4]$. Então:

- ☐ A rapidez dessa trajetória nunca é zero.
- ☐ $C(t)$ tem exatamente dois pontos em que a rapidez é zero.
- ☐ A rapidez dessa trajetória é zero em todos os pontos.
- ☐ $C(t)$ tem exatamente quatro pontos em que a rapidez é zero. **Certa**
- ☐ Nenhuma das alternativas acima está correta.

2. A equação paramétrica da reta tangente a $D(t) = (e^t, t, t^2)$ em $t = 1$ é:

- ☐ $(te, t, 2t)$
- ☐ $((t-1), t, 0)$
- ☐ $(e(1+t), (1+t), 1+2t)$ **Certa**
- ☐ $(t, t, 0)$
- ☐ Nenhuma das alternativas acima está correta.

3. A reta tangente a $E(t) = (\cos t, \sin t, t)$ em $t = \pi$ é:

- ☐ Perpendicular a $(1, 0, 0)$ e a $(0, 1, 1)$, passando por $(0, -1, 1)$.
- ☐ Perpendicular a $(1, 0, 0)$ e a $(0, 1, 1)$, passando por $(-1, 0, \pi)$. **Certa**
- ☐ Perpendicular a $(0, 1, 0)$ e a $(1, 0, 1)$, passando por $(-1, 0, 1)$.
- ☐ Perpendicular a $(0, 1, 0)$ e a $(1, 0, 1)$, passando por $(0, 1, \pi/2)$.
- ☐ Nenhuma das alternativas acima está correta.

4. O comprimento da curva $D(t) = (\sin^2(t), \cos^2(t))$ para $t \in [0, \pi/2]$, é:

- ☐ $\sqrt{2}$
- ☐ 0
- ☐ 2
- ☐ $2\sqrt{2}$ **Certa**
- ☐ Nenhuma das alternativas acima está correta.

5. Para quais das funções abaixo tem-se $\Delta f \equiv 0$? Ou seja, quais delas são harmônicas?

- ☐ $f(x, y) = x^2 + y^2$
- ☐ $f(x, y) = 3x^2y - y^3$ **Certa**
- ☐ Ambas as afirmações acima estão corretas.
- ☐ Nenhuma das alternativas acima está correta.

6. O gradiente $\nabla f(1, 2, 3, 4)$ de $f(x, y, z, w) = e^{-x^2-y^2-z^2-w^2}$ é paralelo a:
- ☐ (-1,-2,-3,-4) **Certa**
- ☐ (0,0,0,0)
- ☐ (-2,1,-3,4)
- ☐ Nenhuma das alternativas acima está correta.
7. Sejam $f : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ uma função derivável e $C : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}^2$ uma curva percorrida com rapidez sempre diferente de zero. Se $f(C(t)) = 3$ para todo $t \in \mathbf{R}$. Podemos concluir que:
- ☐ $\nabla f(C(t))$ é tangente à curva C em todos os pontos de C .
- ☐ Existe pelo menos um valor de t tal que $\nabla f(C(t))$ é paralelo ao vector $C'(t)$.
- ☐ $\nabla f(C(t))$ é perpendicular ao vector velocidade da curva C em todos os pontos de C . **Certa**
- ☐ Nenhuma das alternativas acima está correta.
8. A derivada direcional $D_A f(1, 2, 3)$ de $f(x, y, z) = xy + z$ na direção $A = (2, 2, 2\sqrt{2})$ vale:
- ☐ $6 + 2\sqrt{2}$
- ☐ $(3 + 2\sqrt{2})/2$
- ☐ $(4, 2, 2\sqrt{2})$
- ☐ $(1, 1/2, \sqrt{2})$
- ☐ Nenhuma das alternativas acima está correta. **Certa**
9. Seja $f : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ uma função derivável com derivada contínua com $\nabla f(3, 0) = (\pi/2, 0)$. Então pode-se concluir que:
- ☐ A função $g(x) = f(x, 0)$ tem um máximo local em $x = 3$.
- ☐ A curva de nível de f que passa por $(3, 0)$ é tangente à reta $(t + 3, 0)$.
- ☐ Ambas as afirmações acima estão corretas.
- ☐ Nenhuma das alternativas acima está correta. **Certa**
10. Qual dos pontos abaixo está no plano tangente em $(\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2, 0)$ à superfície $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : \cos(x^2 + y^2 + z^2) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}\}$?
- ☐ $(\sqrt{2}, 0, 1)$
- ☐ $(0, \sqrt{2}, 0)$
- ☐ Ambas as afirmações acima estão corretas.
- ☐ Nenhuma das alternativas acima está correta. **Certa**

Sobre a pergunta 10: Nenhuma das afirmações está correta. Em um teste a sério esta pergunta seria anulada. O problema é que

$$(\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2, 0) \notin \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : \cos(x^2 + y^2 + z^2) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}\}$$