

Forum sobre o ensino da Matemática

Editor:
Jaime Carvalho e Silva

INSTRUÇÃO PERSONALIZADA NA MATEMÁTICA UNIVERSITÁRIA

Isabel S. Labouriau
Departamento de Matemática
Faculdade de Ciências da Universidade do Porto
e Centro de Matemática da Universidade do Porto
e-mail: islabour@fc.up.pt

Resumo

O paradigma de Bologna aponta para um ensino centrado na aquisição de competências pelo aluno, o que exige novas maneiras de ensinar. Apresento aqui uma forma prática de organizar este trabalho. O método, desenvolvido por F. Keller nos anos 1970, foi adaptado ao ensino universitário de Matemática em Portugal.

ABSTRACT. The implementation of the Bologna process aims at a teaching paradigm based on the knowledge obtained by students. This calls for a new approach to teaching practices. Here I present a way of organising this work. The method, developed by F. Keller in the years 1970, was adapted to teaching Mathematics in Portuguese universities, where it has been used.

1 Introdução

Este texto descreve uma adaptação do método Keller de instrução personalizada [1] ao ensino universitário de matemática em Portugal. Não é um

artigo de investigação em ensino e sim um relato de uma prática de ensino que pode ser interessante para outros professores.

Qualquer tentativa de melhorar a aprendizagem dos alunos envolve trabalho. Este texto apresenta uma maneira de tornar o trabalho mais eficiente.

1.1 História

O artigo ‘Good-bye, teacher’ de Fred Keller [1] é um dos recordistas do Science Citation Index. Um levantamento naquela base de dados¹ mostra que o método foi usado no ensino de assuntos tão díspares como bioquímica e tiro ao arco. Nos Estados Unidos o método é conhecido como PSI (Personalized System of Instruction).

No início da década de 1970 este método foi muito usado na Universidade de Brasília (UnB) onde tinha sido inicialmente desenvolvido, sendo conhecido no Brasil como método de Brasília ou método Keller. Inicialmente foi aí usado para pequenas populações de alunos em psicologia e ciências da educação e no ensino de física e de química na escola secundária da UnB. Teve grande divulgação quando foi aplicado na UnB a disciplinas básicas de matemática, física e química que eram comuns a vários cursos e envolviam populações de alunos da ordem dos 2000. Nesse contexto, tinha a vantagem de ser barato: 2000 alunos eram o encargo de um professor, alguns assistentes e um grande número de monitores, o que custava muito menos que o ensino tradicional. Variantes do método foram desenvolvidas neste período, adaptando-o aos assuntos tratados e a dificuldades práticas encontradas. No final da década de 1970 houve greves de monitores que reivindicavam pagamento atempado e actualização salarial em período de grande inflação. O método foi progressivamente abandonado na UnB no início da década de 1980.

Tive contacto na UnB com o método Keller em todos os seus aspectos: como aluna da escola secundária da UnB, como estudante universitária, como monitora das disciplinas básicas. Posteriormente participei de seminários sobre o assunto com docentes de física e de ciências da educação. A partir de 1992 usei uma adaptação do método na Universidade do Porto em disciplinas com 50 a 200 alunos.

¹O SCI serve para levantamentos bibliográficos e não para medir qualidade.

2 Descrição

2.1 Método original

- A matéria é dividida em unidades, cada uma com um objectivo de aprendizagem bem definido. Para cada unidade deve existir material didáctico que permita ao aluno estudar sozinho e uma descrição dos objectivos a atingir. Pode e deve haver aulas de exposição.
- Cada aluno pode apresentar-se a um teste quando se sentir preparado em uma unidade.
- O teste é curto e é corrigido imediatamente por um monitor, que discute a resolução com o aluno e decide se o aluno foi aprovado.
- O aluno que for aprovado em uma unidade passa a estudar a unidade seguinte, podendo apresentar-se a novo teste quando quizer.
- Se o teste não estiver completamente correcto, os erros e a maneira de estudar para evitá-los são discutidos com o aluno, que pode apresentar-se a novo teste da mesma unidade quando quizer.
- Considera-se aprovado o aluno que tiver feito todas as unidades independentemente do número de repetições.
- Não há limitações ao número de vezes que um aluno pode pedir testes da mesma unidade e o número de repetições não tem influência sobre o resultado final. Só contam as aprovações.

2.2 Método adaptado

- Estrutura de base: aulas teóricas e práticas com o mesmo número de horas semanais para os dois tipos de aulas. Duas sessões de aulas práticas por semana, por turma. Descontando a semana inicial e feriados - entre 24 e 26 aulas por semestre.
- A matéria é dividida em 6 ou 7 unidades correspondendo a 6 ou 7 trabalhos práticos para o semestre.
- Os trabalhos práticos são exercícios que são resolvidos pelos alunos nas aulas práticas.
- Para o aluno ser aprovado na unidade, o trabalho prático e a sua **discussão** têm que ser considerados **completamente correctos**.

- Turmas práticas de 30 a 45 alunos cada. Em disciplinas com trabalho em computador, turmas de 25 a 30 alunos cada.
- Cada aluno tem um dia da semana em que tem sempre direito a fazer o trabalho prático e pode fazer o trabalho no outro horário da sua turma se houver vagas.
- Cada aluno só tem que vir às aulas práticas suficientes para fazer as unidades. Nos outros dias o horário das aulas pode e deve ser usado para estudar.
- As aulas teóricas apresentam muitos exemplos.
- Os trabalhos práticos das unidades não dispensam do exame final, mas correspondem a parte da classificação (entre 30% e 40%).
- Para ser admitido a exame final é preciso aprovação em 2/3 das unidades. Esta regra foi adaptada a partir do padrão de avaliação usado para trabalhos práticos laboratoriais.
- Os alunos repetentes ficam dispensados dos trabalhos práticos que já fizeram e podem começar no ponto em que pararam.

3 Implementação

Esta adaptação foi usada com sucesso na Faculdade de Ciências da Universidade do Porto em disciplinas semestrais que tratavam de análise complexa e de equações diferenciais. Cada trabalho prático era a resolução de um exercício, incluindo demonstrações.

Posteriormente foi usada em duas disciplinas semestrais de Cálculo em Computadores (cálculo diferencial e integral usando computador). Nestas, em cada trabalho prático o aluno devia escrever um programa em ambiente de cálculo simbólico para resolver um problema de análise ou de álgebra linear ou de geometria. Cada uma das unidades correspondia a uma nova técnica de programação e também a uma técnica matemática diferente.

3.1 Como funciona

No início do semestre os alunos passam um período de adaptação. É preciso que modifiquem a sua estratégia de estudo de maneira a conseguirem resolver exercícios completamente correctos. Isso pode ser compensado tornando a primeira unidade mais fácil que as outras, por exemplo, cobrindo

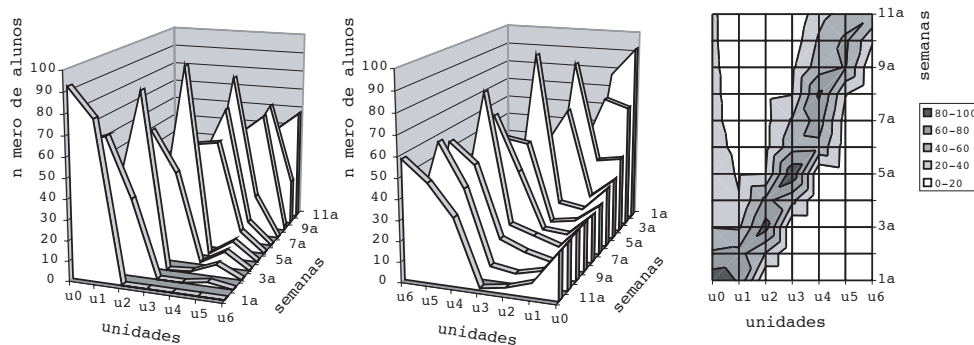


Figura 1: A distribuição dos alunos por unidade como função do tempo propaga-se como uma onda, como mostram as duas vistas do gráfico do número de alunos aprovados para cada unidade em cada semana. A onda é mais visível nas curvas de nível simuladas por Excel, imagem da direita. Dados: Cálculo em Computadores I, 1997/98, com 173 alunos.

um programa mais curto. A partir daí cada aluno progride a seu ritmo. A população de alunos evolui como um pacote de onda, representado na Figura 1. O objectivo é que a onda, inicialmente concentrada na unidade 0 evolua até estar concentrada na última unidade,

Os dados da Figura 1 correspondem a um semestre um pouco mais curto que o normal, em que a inscrição dos alunos de primeiro ano ocorre mais tarde e atrasa o início das aulas. A primeira unidade é uma revisão de matéria já conhecida. A pequena onda visível no gráfico da esquerda da Figura 1 é composta por repetentes que começam o processo a meio e que são apanhados pelo pacote de onda principal ao fim da 6^a semana. Há desistências e alunos que não vão a uma única aula, que no exemplo usado para as figuras representam 10% do total.

O número de tentativas feitas até a aprovação em uma unidade tem uma grande variabilidade. Na população da Figura 2 e para a unidade 1, dois dos alunos só foram aprovados na 5^a tentativa e 19 alunos foram aprovados na primeira tentativa. Mais tentativas correspondem em alguns casos a um pior nível de preparação, em outros a menos tempo de estudo. Um número um pouco maior de tentativas não parece estar relacionado com o resultado do exame final, como pode ser visto na Figura 3, que diz respeito à mesma população de alunos das anteriores.

No exemplo das Figuras 1, 2 e 3, o mínimo de unidades exigido para obter frequência foi 4. Muitos alunos não tentaram fazer as unidades 5 e 6

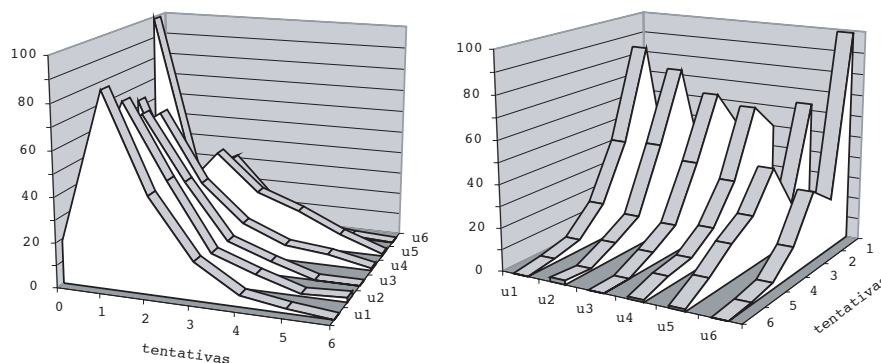


Figura 2: Gráfico da frequência do número tentativas por unidade visto de dois ângulos diferentes. Para as duas unidades finais, que não eram necessárias para ir a exame, o gráfico torna-se bimodal. Dados: Cálculo em Computadores I, 1997/98, com 173 alunos.

depois de aprovados no mínimo exigido, como se vê no gráfico da direita da Figura 2. Também se pode observar que nas unidades 5 e 6 o número de tentativas foi maior.

4 Reacções

4.1 Motivação para a adaptação

O ensino universitário de matemática em Portugal, como sabem os leitores, é feito em aulas teóricas e práticas (ou teórico-práticas) e a frequência das aulas teóricas é opcional.

Nas aulas práticas ou teórico-práticas de matemática alguns colegas tentam que os alunos resolvam exercícios com ajuda, o que é muito lento, sobretudo com alunos que não assistiram às aulas teóricas nem estudaram fora das aulas. Outros colegas fazem um resumo da teoria e propõem exercícios, que resolvem no quadro, às vezes depois de um intervalo para que os alunos tentem resolver os problemas.

Nas aulas teóricas os alunos desaparecem progressivamente, podendo a sua presença ser ressuscitada por testes. O desaparecimento é natural, porque os alunos não parecem ter um ritmo regular de estudo e vão perdendo ao longo do tempo a possibilidade de acompanhar a exposição da matéria.

Além disso há obrigatoriamente meia hora de atendimento de alunos para cada hora de aula, pouco usada a não ser em vésperas de testes e exames.

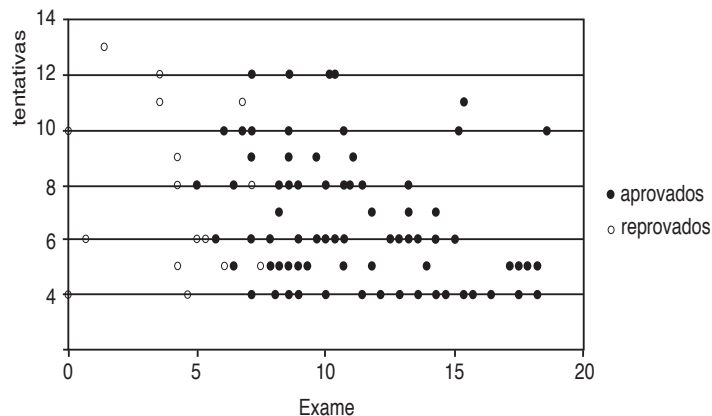


Figura 3: Gráfico de dispersão: cada círculo representa, para um mesmo aluno, a classificação em exame final e o número total de tentativas nas 4 primeiras unidades. Dados: 114 alunos que frequentaram Cálculo em Computadores I em 1997/98 em primeira inscrição, dos quais 97 foram aprovados e 17 reprovados. População total 173 alunos.

A avaliação é via de regra feita por exame final, ou em alguns casos por testes. O exame ou os testes em geral não garantem que o aluno aprovado tenha domínio de todos os conhecimentos básicos tratados. Isto leva a acumulações de deficiências, fáceis de notar nos últimos anos de curso.

Para um professor este é um sistema frustrante: investimos tempo e gosto na preparação de aulas e de material didático que são desaproveitados. Há alunos que acumulam reprovações e que parecem ser perfeitamente capazes de aprender — maus hábitos de trabalho e deficiências de base podem ser os culpados em muitos casos. Essa frustração levou-me a pensar em alguma maneira de quebrar o ciclo vicioso da falta de estudo e falta às aulas, e de procurar aumentar a rentabilidade das aulas práticas. Lembrei-me então do método usado em Brasília.

4.2 Críticas

Algumas críticas que ouvi sobre as várias implementações do método:

«Não consigo aprender só estudando por um livro e sem aulas.» comentário surpreendente ouvido de alunos da Universidade de Brasília. Na adaptação à Universidade do Porto continuou a haver aulas teóricas de modo que não se aplica. Como os alunos da Universidade do Porto são bastante avessos a assistir aulas, talvez não fosse aplicável mesmo que não houvesse

aulas.

«*Os alunos decoram resoluções de exercícios.*» É verdade, há quem tente isso. Também há quem tente nas disciplinas tradicionais e às vezes funciona. A solução é fazer variantes dos exercícios. O aluno teria que decorar a resolução de mais de 20 exercícios para cada uma das 6 unidades e esperar que se repetissem. Teria que decorar também a explicação da resolução de maneira a convencer o professor que sabe o que faz. Os alunos desistem rapidamente dessa estratégia.

«*Só serve para ensinar rotina.*» É verdade que o método funciona muito bem para ensinar rotinas de cálculo e de resolução de problemas ou de programação. Também serve para ensinar técnicas de demonstração, desde que as unidades sejam organizadas com o cuidado de ter um aumento gradual de complexidade. Tem a vantagem de obrigar a fazer a rotina correctamente.

«*O aluno não ganha visão de conjunto.*» Um aluno que concentra o estudo na véspera do exame não tem grande visão do conjunto. A avaliação em alguns testes ou em exame final tem sempre que testar os conhecimentos parciais. Aquí isso não é necessário.

«*Bons alunos não são estimulados.*» Há alguma competição em ser dos primeiros a completar cada unidade e em ser aprovado sempre da primeira vez, que é estimulante para muitos alunos. Aqueles que já atingiram o nível mínimo de exigência, mostram-se mais interessados em sugestões de leitura adicional e em pequenos projectos mesmo que não sejam levados em conta na avaliação.

«*Não estou a ensinar, sou um mero avaliador.*» Comentário de quem não entendeu a função do professor nas aulas práticas: a discussão dos exercícios é uma parte importante da aprendizagem. É por isso que os exercícios são corrigidos na presença do aluno e não em casa. Cada aluno recebe um pouco de atenção individual, aquela de que precisa. O trabalho de avaliação pode ser aliviado se houver monitores que façam a primeira correção do teste, ficando o professor apenas com a parte de discussão. Essa é a forma proposta por Keller na versão original.

«*Os horários de dúvidas ficam cheios.*» É verdade, os alunos começam a ter dúvidas específicas e a estudar durante o semestre e com isso pedem mais atenção. Nem sempre a discussão durante o teste é suficiente, e é preciso usar esse horário. Penso que é uma vantagem.

«*Dá muito trabalho.*» Aumentar a eficiência do ensino envolve sempre trabalho adicional, esta é uma maneira eficiente de organizá-lo. É preciso: produzir variantes dos exercícios para os testes; reproduzi-las e distribuir por turmas; manter o registo de progresso dos alunos. Apoio de secretaria para

preparar pastas com cópias dos exercícios e para actualizar uma folha de cálculo com o progresso dos alunos pode eliminar uma boa parte do trabalho. Em uma disciplina com cerca de 200 alunos basta cerca de 1 hora por semana. Preparar variantes fica mais fácil com a prática.

4.3 Vantagens, ponto de vista dos alunos

Trabalho no seu próprio ritmo: O ritmo de trabalho de cada um depende da dificuldade que encontra, mas também de outras actividades e de problemas pessoais. Tudo isso pode ser acomodado facilmente porque não há datas marcadas para testes. Pela mesma razão é possível gastar mais tempo em recuperar deficiências de preparação anterior, quando necessário.

É fácil corrigir erros: Este método reproduz em miniatura o que fazemos com disciplinas semestrais ou anuais, em que os alunos podem repeti-las até conseguir um resultado satisfatório. Como a escala de tempo e a quantidade de assuntos avaliados são muito menores em cada unidade, a recuperação é também mais fácil. Erros de compreensão são descobertos depressa e não no fim do processo, quando já é tarde para corrigi-los.

Conquista de uma parte da nota com pouco risco: Quando os alunos são apresentados ao método pela primeira vez, esse é o aspecto mais atraente. A nota é merecida, já que cada aluno já foi avaliado e aprovado em toda a matéria estudada. Em muitos casos essa informação poderia ser suficiente para ter aprovação, no entanto é importante que haja uma revisão final que é motivada pelo exame. Estudar a matéria pela segunda vez permite a fixação da aprendizagem e facilita a visão de conjunto dos assuntos tratados.

4.4 Vantagens, ponto de vista dos professores

Exercícios completamente correctos: Na avaliação por exames ou por testes é habitual haver alunos aprovados com quase todos os exercícios incompletos ou parcialmente incorrectos. Aqui é fácil exigir que cada exercício esteja completo e correcto, o que cria bons hábitos de trabalho. Quando os alunos são apresentados ao método pela primeira vez, esse é o aspecto que mais os assusta. Rapidamente descobrem que isso está perfeitamente ao seu alcance mas exige outra maneira de estudar.

No ano em que deixou de ser usado esse método em uma disciplina de análise complexa na Universidade do Porto foram feitos dois testes tradicionais, um deles a meio do semestre. O professor ficou surpreendido com as notas altas dos repetentes no primeiro teste: essa era a parte da matéria

que correspondia às unidades que estes alunos tinham feito. A anedota é ilustrativa e convenceu o meu colega.

Incentivo ao estudo regular, por oposição ao estudo na véspera de testes ou de exames.

O estudo para exame é uma verdadeira revisão, porque os assuntos já foram estudados e testados uma vez. Não é o primeiro estudo sério, o que ajuda a entender relações entre temas tratados.

Frequência e participação nas aulas teóricas: Os alunos têm mais facilidade em acompanhar as aulas, porque estudam mais regularmente. Além disso, sentem a utilidade das aulas.

Exames sem «fantasmas»: Quase não há faltas aos exames entre os muitos alunos que conquistaram parte da nota e estudaram durante um semestre inteiro. No mínimo desperdiça-se menos papel em enunciados que não vão ser usados.

Mais informação directa sobre dificuldades: Muitos alunos têm vergonha de não saber assuntos básicos. No ensino tradicional, essas dificuldades só aparecem como respostas absurdas aos exames finais, quando já não é possível actuar. Aqui a ignorância fica visível na discussão dos exercícios o que permite dar apoio para resolvê-la, usando os horários de atendimento ou, quando é uma dificuldade comum a muitos, preparando ou recomendando material adicional de estudo.

5 Como fazer

Para usar esse método começa-se por dividir o programa em unidades. Não é uma mera divisão dos assuntos em capítulos. É preciso decidir qual é a actividade específica que esperamos do aluno para cada unidade.

Por exemplo, os objectivos de uma unidade podem ser: «para expressões definidas a partir de funções elementares de variável complexa, descrever o domínio máximo de definição e calcular imagens directas e recíprocas de conjuntos». Não basta decidir que a unidade é simplesmente «conhecer as propriedades das funções elementares de variável complexa».

O número de unidades fica condicionado pelo número de sessões de avaliação disponíveis para cada aluno no total da disciplina, que por sua vez fica condicionado pela escolaridade e pela dimensão das turmas. Cada sessão tem que ter a duração suficiente para que os alunos resolvam os exercícios na primeira parte e para que todos os exercícios sejam corrigidos e discutidos na segunda parte.

A adaptação usada na Universidade do Porto foi feita com duas aulas práticas semanais para cada turma. Cada aluno dispõe de 12 a 13 sessões por semestre, tendo recurso às outras sessões da mesma turma para emergência. É possível então fazer 6 a 7 unidades por semestre nesse esquema.

Outra organização seria ter 3 sessões mais curtas por semana em cada turma. Cada aluno passa a dispor do dobro das sessões para recuperação e assim é possível ter cerca de 10 unidades, com a matéria mais subdividida e actividades mais simples. Para um mesmo assunto pode haver duas unidades em que o aluno deve resolver exercícios de níveis de complexidade diferente.

Por exemplo, a primeira unidade pode ter como objectivo calcular valores e vectores próprios de uma matriz e a segunda ter como objectivo usar valores e vectores próprios para obter informação geométrica sobre a transformação linear associada.

Outro exemplo: no estudo de sólidos de revolução, na primeira unidade o objectivo é escrever a parametrização da superfície que delimita um sólido de revolução e representá-la graficamente no computador; na segunda o objectivo é calcular volumes de sólidos de revolução. Esta ordem passou a ser adoptada em Cálculo em Computadores porque descobrimos que os alunos não conseguiam decidir qual método de cálculo do volume deveriam usar porque tinham dificuldade em imaginar o sólido.

Uma segunda unidade sobre o mesmo tema pode ser usada para aplicar os conhecimentos da primeira a outros assuntos ou à resolução de problemas. No exemplo dos sólidos de revolução colocamos também como objectivo encontrar um plano que dividisse o sólido em duas partes cujos volumes estivessem em uma proporção dada.

Além da informação sobre o objectivo de cada unidade, o material de apoio necessário é o mesmo de um curso normal: um livro texto ou notas de aula; exercícios. Depois de preparadas algumas colecções de trabalhos para as primeiras unidades, a disciplina está pronta a começar.

Referências

- [1] Keller, F.S.(1968) *Good-bye, teacher*, J. Appl. Behav. Anal. **1** 79–89