

Como afundar um navio

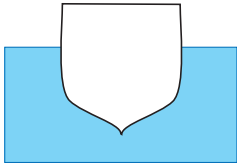
Matemática à tarde — Escola Secundária de Arouca

Isabel S. Labouriau

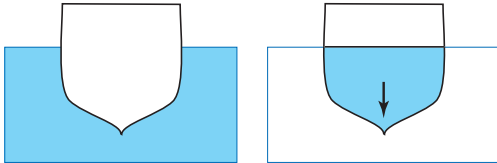
Centro de Matemática da Universidade do Porto

9 de Março de 2012

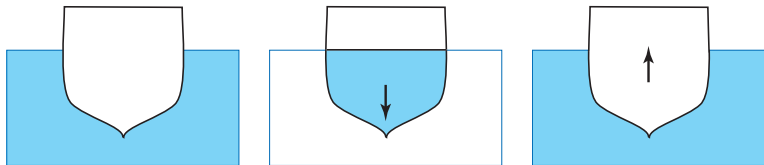
Como flutua um navio



Como flutua um navio



Como flutua um navio

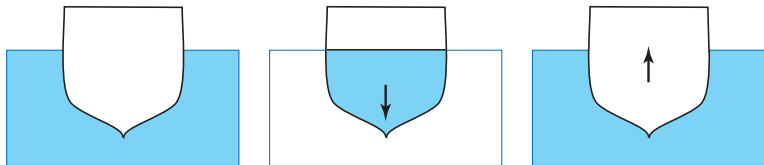


princípio de **Arquimedes** ($\approx$ 200 a. C.)

Impulsão (ou empuxo)

Força igual e contrária ao peso da água deslocada

Como flutua um navio



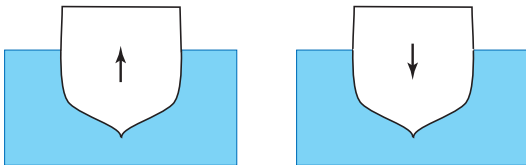
princípio de **Arquimedes** ($\approx$ 200 a. C.)

Impulsão (ou empuxo)

Força igual e contrária ao peso da água deslocada,
aplicada no **centro de massa** da água deslocada.

Forças sobre o navio

Impulsão — Força igual e contrária ao peso da água deslocada.
aplicada no centro de massa da água deslocada.

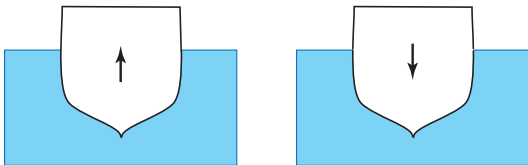


Peso — Força aplicada no centro de massa do navio.

Equilíbrio vertical

Forças sobre o navio

Impulsão — Força igual e contrária ao peso da água deslocada. aplicada no centro de massa da água deslocada.

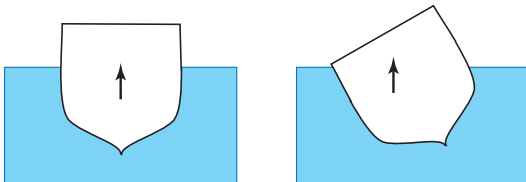


Peso — Força aplicada no centro de massa do navio.

Equilíbrio vertical — na profundidade em que o peso tem o mesmo valor que a impulsão.

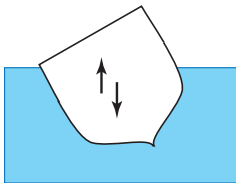
A posição do centro de massa da água deslocada em equilíbrio vertical chama-se **centro de flutuação**.

Navio

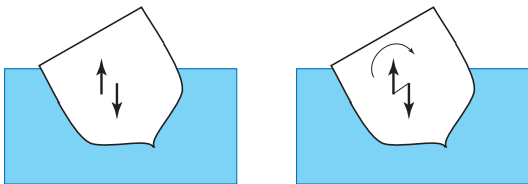


A posição do centro de flutuação depende da forma da parte submersa.

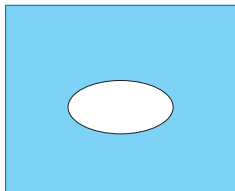
Se o peso e a impulsão não estiverem alinhados cria-se um **binário**.



Se o peso e a impulsão não estiverem alinhados cria-se um **binário**.



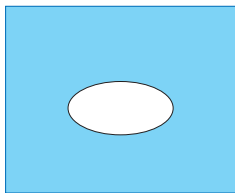
Submarino



A posição do centro de flutuação é sempre a mesma.

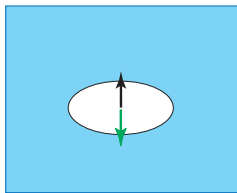
Se a densidade do submarino for uniforme
então o centro de massa coincide com o centro de flutuação.

Submarino

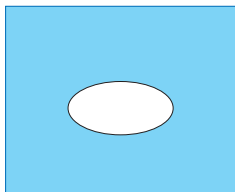


A posição do centro de flutuação é sempre a mesma.

Se a densidade do submarino for uniforme
então o centro de massa coincide com o centro de flutuação.

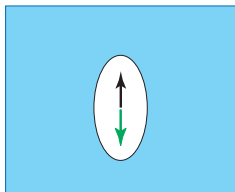
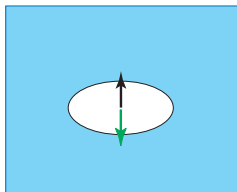


Submarino

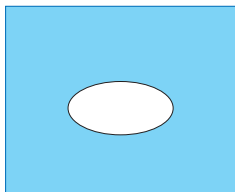


A posição do centro de flutuação é sempre a mesma.

Se a densidade do submarino for uniforme
então o centro de massa coincide com o centro de flutuação.

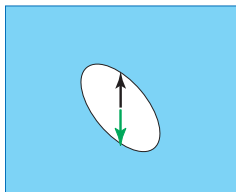
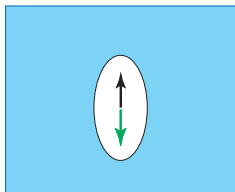
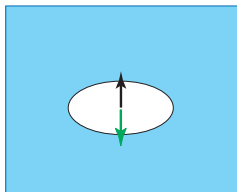


Submarino



A posição do centro de flutuação é sempre a mesma.

Se a densidade do submarino for uniforme
então o centro de massa coincide com o centro de flutuação.



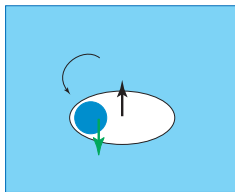
O submarino fica em equilíbrio em qualquer posição.

Submarino com bolha mais densa

A posição do centro de flutuação é sempre a mesma.

Se a densidade do submarino não for uniforme

então o centro de massa não coincide com o centro de flutuação.

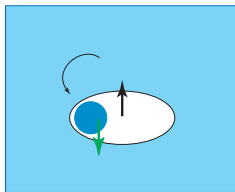


Submarino com bolha mais densa

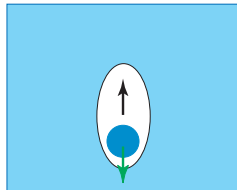
A posição do centro de flutuação é sempre a mesma.

Se a densidade do submarino não for uniforme

então o centro de massa não coincide com o centro de flutuação.



O submarino só tem duas posições de equilíbrio.



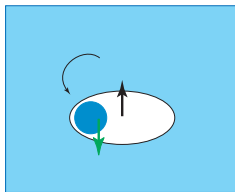
equilíbrio estável

Submarino com bolha mais densa

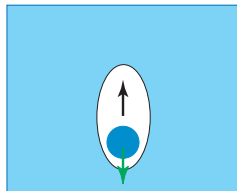
A posição do centro de flutuação é sempre a mesma.

Se a densidade do submarino não for uniforme

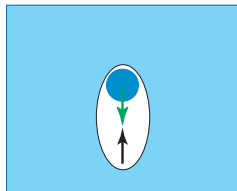
então o centro de massa não coincide com o centro de flutuação.



O submarino só tem duas posições de equilíbrio.

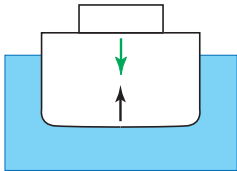


equilíbrio estável

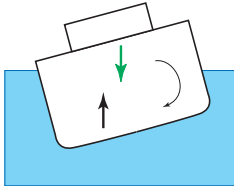
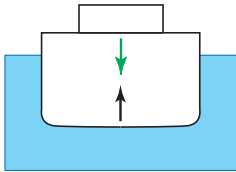


equilíbrio instável

Navio

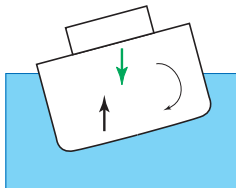
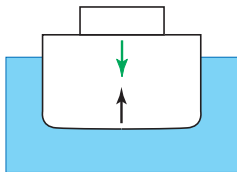


Navio

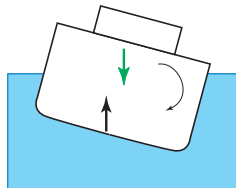


binário restaurador

Navio

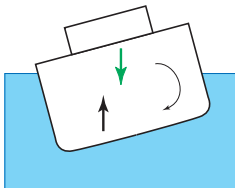
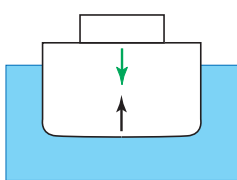


binário restaurador

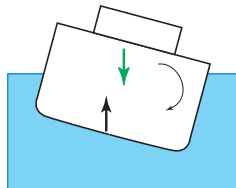


binário... desastroso

Navio



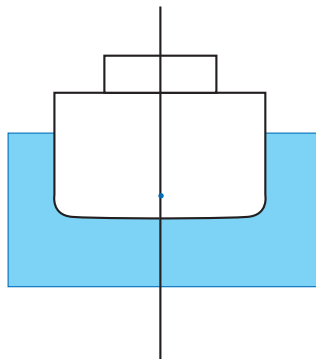
binário restaurador



binário... desastroso

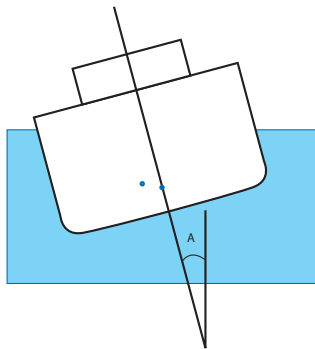
É preciso determinar a posição do centro de flutuação.
(vai ser pintada sobre o navio)

Navio inclinado



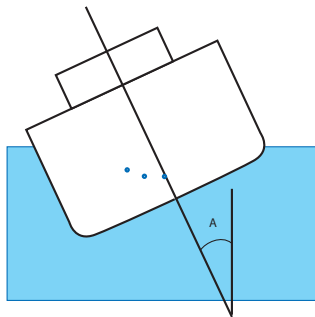
A cada ângulo A corresponde uma posição do centro de flutuação.

Navio inclinado



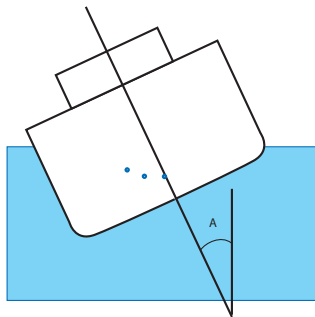
A cada ângulo A corresponde uma posição do centro de flutuação.

Navio inclinado



A cada ângulo A corresponde uma posição do centro de flutuação.

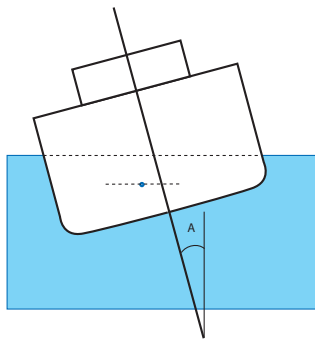
Navio inclinado



A cada ângulo A corresponde uma posição do centro de flutuação.
Uma curva $F = f(A)$.

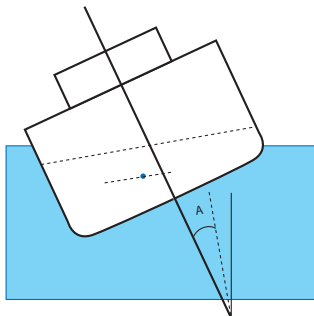
Navio inclinado

Quando aumenta a inclinação do navio



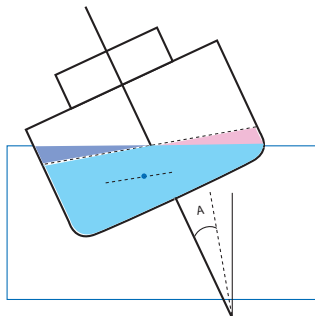
Navio inclinado

Quando aumenta a inclinação do navio



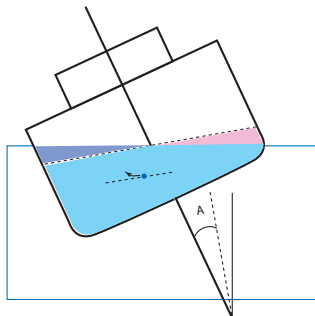
Navio inclinado

Quando aumenta a inclinação do navio



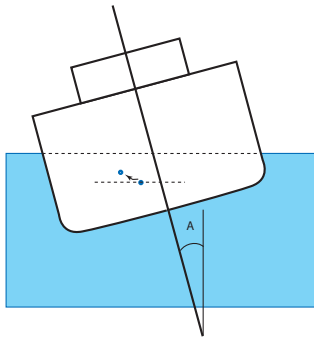
Navio inclinado

Quando aumenta a inclinação do navio



Navio inclinado

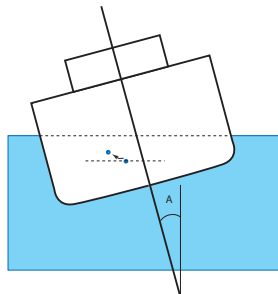
Quando aumenta a inclinação do navio



o centro de flutuação **sobe**.

Navio inclinado

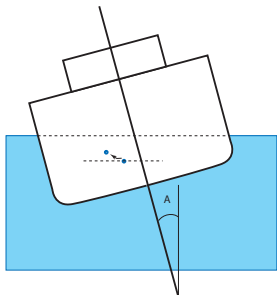
Quando aumenta a inclinação do navio o centro de flutuação **sobe**.



Quando diminui a inclinação do navio, o centro de flutuação também **sobe**.

Navio inclinado

Quando aumenta a inclinação do navio o centro de flutuação **sobe**.

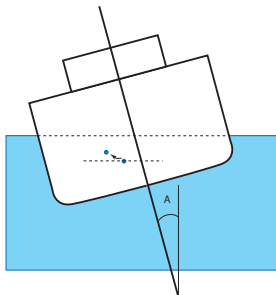


Quando diminui a inclinação do navio, o centro de flutuação também **sobe**.

A linha da água é paralela à tangente à curva F .

Navio inclinado

Quando aumenta a inclinação do navio o centro de flutuação **sobe**.



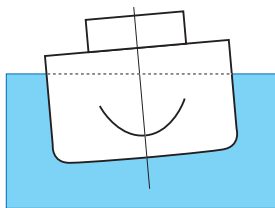
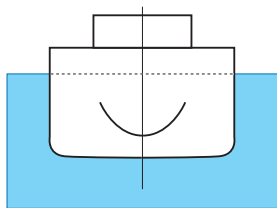
Quando diminui a inclinação do navio, o centro de flutuação também **sobe**.

A linha da água é paralela à tangente à curva F .

O peso e a impulsão são perpendiculares à curva F .

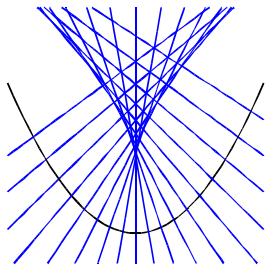
Navio retangular

Para um navio “retangular” a curva F dos centros de flutuação é uma parábola.

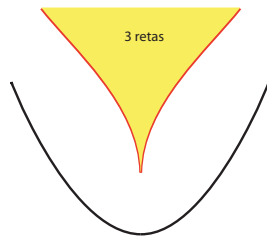
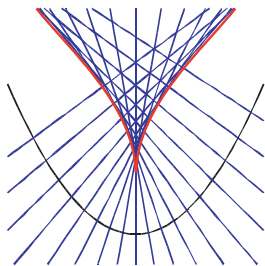


Ângulo de equilíbrio — centro de massa na linha perpendicular à parábola F .

Retas perpendiculares à parábola F

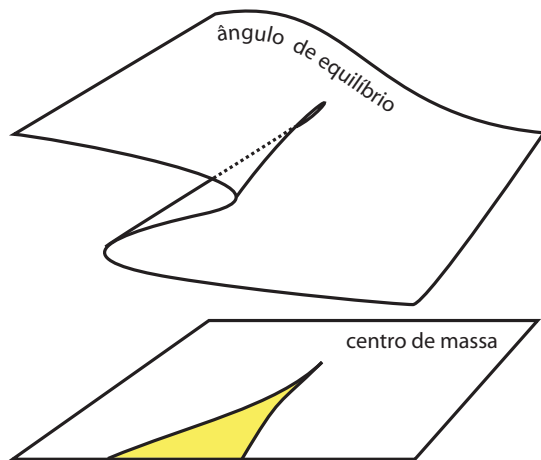


Retas perpendiculares à parábola F

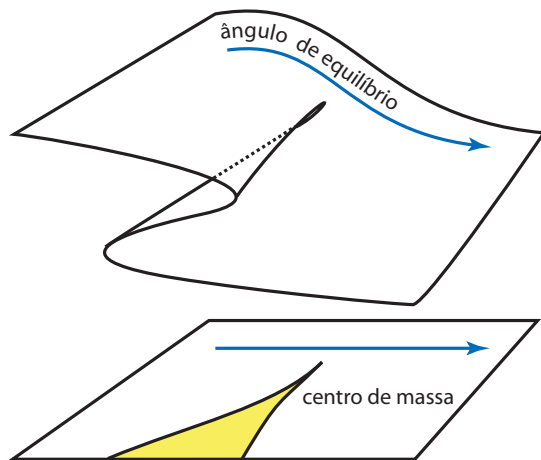


Como na máquina de catástrofe — Cúspide

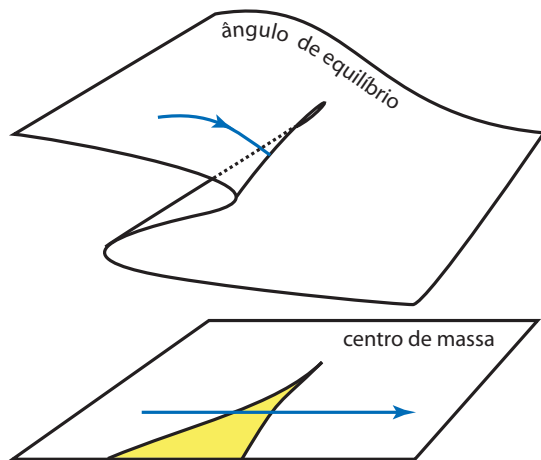
Navio retangular



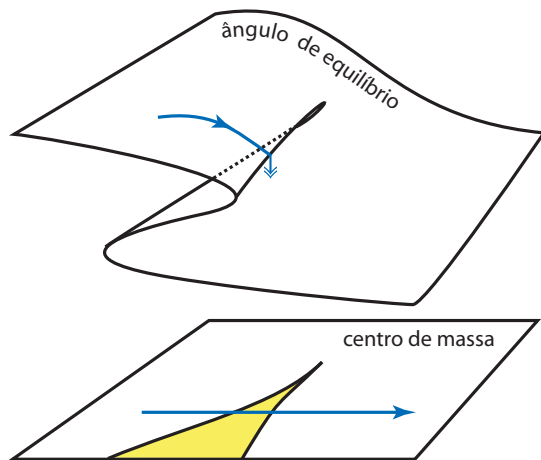
Navio retangular



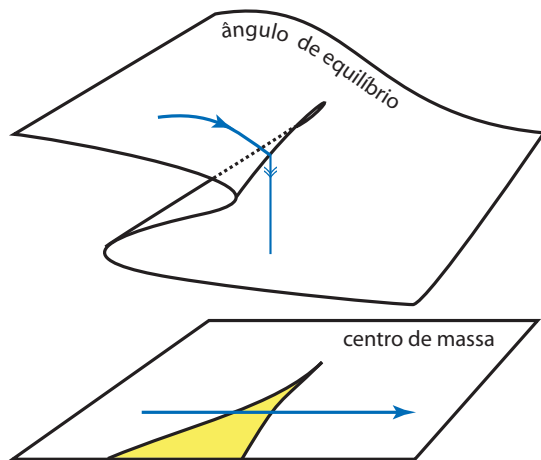
Navio retangular



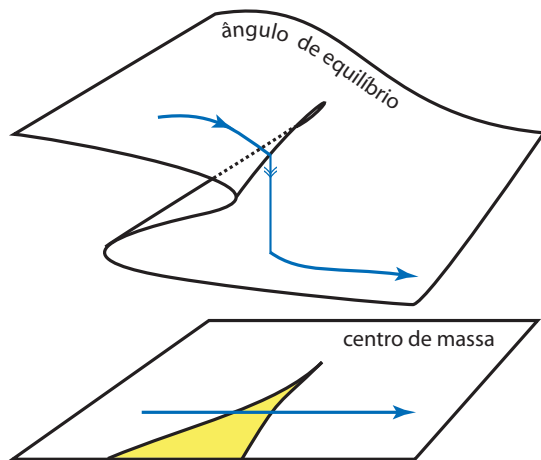
Navio retangular



Navio retangular



Navio retangular



Conclusão

O capitão do Costa Concordia devia ter estudado mais Matemática.....

Conclusão

O capitão do Costa Concordia devia ter estudado mais Matemática.....

FIM

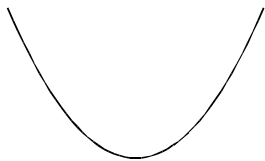
Conclusão

O capitão do Costa Concordia devia ter estudado mais Matemática.....

FIM

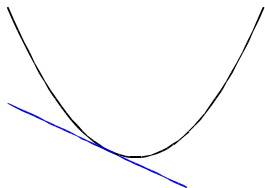
Para saber mais:
Retas perpendiculares a uma parábola

Parábola



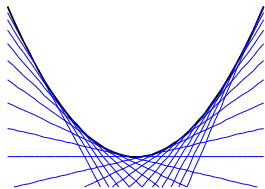
Parábola: gráfico de $y = f(x) = x^2$

Reta tangente à parábola

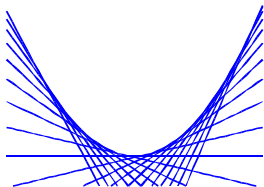


Parábola: gráfico de $y = f(x) = x^2$
reta com declive $f'(x_0)$.

Retas tangentes à parábola

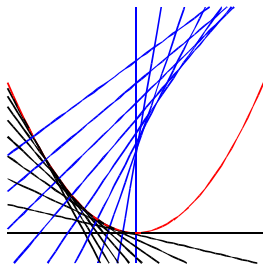


Retas tangentes à parábola



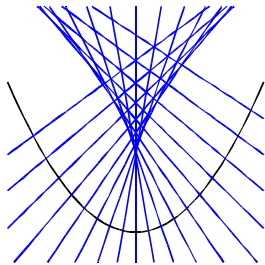
A parábola é a **envolvente** das suas retas tangentes.

Retas perpendiculares à parábola

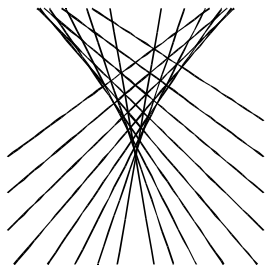


Retas com declive $-\frac{1}{f'(x_0)}$, perpendiculares às tangentes.

Retas perpendiculares à parábola



Retas perpendiculares à parábola



Retas perpendiculares à parábola

