

Exame modelo de Análise Real II
(Curso de Matemática)

Junho de 2004

Nome: _____

Número de identificação: _____ Curso _____

Observações.

- A prova tem a duração total de 3 horas.
- A cotação da prova é de 20 valores, estando a cotação de cada questão indicada entre parêntesis ao lado da letra que a identifica. Esta é distribuída equitativamente pelas respectivas alíneas, se as houver. A realização de qualquer das questões B, C e D é opcional para os alunos que fizeram os mini-testes correspondentes.
- Apenas pode ser usado material de escrita.
- Os telemóveis não podem estar ligados.

.....
Primeira parte

À primeira questão da primeira parte deve responder **sem** apresentar quaisquer cálculos. Note que a ausência de resposta é preferível a uma resposta errada. As respostas às restantes questões devem ser cuidadosamente justificadas.

- A. (9 valores, distribuídos do seguinte modo: cada resposta correcta vale 0.9 valores; cada resposta errada vale -0.3 valores. A classificação desta questão é o máximo entre a classificação nela obtida e 0 valores.)

Para cada uma das alíneas desta questão são indicadas quatro respostas alternativas, das quais apenas uma está correcta; assinale-a com um círculo à volta do número correspondente.

1. O integral $\int_{-1}^3 |x| dx$ vale

- (i) 5. (ii) -1. (iii) 10. (iv) 4.

2. O integral $\int_0^{16} \frac{1}{\sqrt{x}} dx$

- (i) diverge. (ii) converge para 8. (iii) converge para 4.
(iv) converge para 1.

3. Se $C : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ é a curva definida por $C(t) = (t \operatorname{sen} t, -\cos t)$, $t \in \mathbb{R}$, então uma equação da recta tangente a $C(\mathbb{R})$ no ponto $C(\pi/2)$ é:

- (i) $y = x - \pi/2$. (ii) $y = x + \pi/2$. (iii) $y = -x + \pi/2$. (iv) $y = -x - \pi/2$.

(v.s.f.f.)

4. O volume do sólido obtido por rotação da região limitada pela curva $y = \cos x + 1$, o eixo dos xx e as rectas $x = -\pi$ e $x = \pi$ em torno do eixo dos xx é

(i) $3\pi^2$. (ii) π^2 . (iii) $\frac{\pi^2}{3}$. (iv) $2\frac{\pi}{3}$.

5. A derivada da função $F(x) = 5x \int_{-2}^x t^2 dt$ é

(i) $\frac{5x^3}{3} + 5x^3 + \frac{40}{3}$. (ii) $5 \int_{-2}^x t^2 dt + 5x$. (iii) $(5x)^3$. (iv) $5x^2 + 5x^3$.

6. Considere as sucessões $(a_n)_n$ e $(b_n)_n$ definidas por $a_n = \frac{1}{\log(\log(\log n))}$ e $b_n = 2^n$. Então

(i) $\sum_{n=3}^{\infty} a_n$ converge. (ii) $\sum_{n=3}^{\infty} b_n$ converge.

(iii) $\sum_{n=3}^{\infty} (-1)^n a_n$ converge. (iv) $\sum_{n=3}^{\infty} (a_n b_n)$ converge.

7. O domínio de convergência da série de potências $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2n! - 7}$ é:

(i) $\mathbb{R}$. (ii) $] -2, 2[$. (iii) $[-2, 2[$. (iv) $\{0\}$.

8. A soma da série $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n}{n!}$ é

(i) e^3 . (ii) $e^3 + 1$. (iii) $\sqrt[3]{e}$. (iv) 3^e .

9. Seja $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ a função definida por $f(x, y) = y^x$. Então $\frac{\partial f}{\partial x}(1, e)$ vale:

(i) 0. (ii) 1. (iii) e . (iv) $1 + e$.

10. O limite $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n!}{n^{2n}}$ é:

(i) 0. (ii) e^2 . (iii) e^{-2} . (iv) $+\infty$.