

6. Comunicação nas práticas letivas dos professores de Matemática

Luís Menezes

Escola Superior de Educação de Viseu/CI&DETS

menezes@esev.ipv.pt

Rosa Tomás Ferreira

Faculdade de Ciências

da Universidade do Porto e CMUP

rferreir@fc.up.pt

Maria Helena Martinho

Centro de Investigação em Educação,

Universidade do Minho

mhm@ie.uminho.pt

António Guerreiro

Escola Superior de Educação e Comunicação,

Universidade do Algarve

aguerrei@ualg.pt

• **Resumo:** Este capítulo tem como objetivo discutir o papel da comunicação nas práticas letivas dos professores, no contexto do ensino exploratório de Matemática. Começando por situar as principais perspetivas sobre o papel da comunicação na aprendizagem da Matemática, caracterizamos, de um ponto de vista micro, as principais ações comunicativas do professor e, de um ponto de vista macro, as dinâmicas comunicativas da sala de aula. Neste enquadramento, defendemos que a atividade do professor de Matemática tem uma forte natureza discursiva e comunicacional. Numa aula de ensino exploratório de Matemática, o discurso do professor tem uma função de suporte e regulação do discurso dos alunos, promovendo o diálogo e a valorização do pensamento dos alunos. A comunicação surge, assim, como elemento estruturante do ensino e, portanto, das práticas letivas do professor, deixando de ser vista como um mero instrumento ou técnica do professor para ensinar Matemática, mas como algo inerente ao ensino e aos processos de construção e partilha do conhecimento matemático.

• **Palavras-Chave:** Professor de Matemática, Práticas comunicativas, Ensino exploratório de Matemática.

Introdução

A comunicação é um elemento essencial nas práticas letivas dos professores. Esta asserção não só não é nova no campo educativo como começa a ser largamente consensual. Desde há muito tempo que se reconhece o papel desempenhado pela comunicação nas aulas. Contudo, este reconhecimento pode traduzir-se em visões e práticas letivas muito díspares, que nem sempre estão suficientemente refletidas pelos professores e estudadas pela investigação. Em Portugal, o interesse da investigação em educação matemática pela comunicação nas práticas dos professores não tem sequer 20 anos, pelo que há muitos domínios ainda por explorar e outros insuficientemente explorados, que o aparecimento do programa de Matemática do ensino básico (ME, 2007) veio pôr em maior evidência. Neste quadro, este texto tem em vista a sistematização dos aspetos fundamentais das práticas comunicativas dos professores de Matemática, à luz do que a investigação apresenta, e igualmente o levantamento de questões que se encontram em aberto neste domínio.

O texto está organizado em quatro secções. Na primeira – *A comunicação na sala de aula de Matemática: a construção de um campo de estudo* – apresenta-se uma discussão da problemática da comunicação na sala de aula de Matemática, revendo-se os estudos principais que têm sido realizados em Portugal neste campo. Na secção seguinte – *Ações comunicativas de professores de Matemática* – discutem-se os aspetos fundamentais das práticas comunicativas dos professores de Matemática, a partir da discussão de um episódio de sala de aula. Na terceira secção – *Práticas de comunicação na sala de aula de Matemática* – aborda-se um conjunto de aspetos relativos à dinâmica da comunicação que ocorre numa sala de aula de Matemática, envolvendo professor, alunos e saber matemático. A secção final – *Considerações finais* – integra ideias que resultam da discussão das secções anteriores e questões que emergem na área da comunicação nas práticas letivas dos professores de Matemática.

A comunicação na sala de aula de Matemática: a construção de um campo de estudo

A comunicação pode ser concebida como transmissão e partilha de informações, conhecimentos e ideias, sustentada no conhecimento e nas formas de circulação

desse conhecimento. As teorias de comunicação convergem na existência de relações comunicativas, divergindo na intencionalidade dos comunicantes. Comunica-se para quê? Comunica-se para influenciar o outro através da persuasão ou para negociar significados com o outro através da interpretação? A comunicação pode, pois, ser vista como *transmissão de informação* ou como *interação social*.

A comunicação como *transmissão de informação* caracteriza-se pela ação comunicativa em que um dado comunicador pretende que o destinatário reaja da forma por ele prevista, agindo em consonância com o que foi comunicado. As possíveis dificuldades nesta visão da comunicação são minimizadas pela existência de ações corretivas que tentam assegurar maior fidelidade dos recetores aos desejos dos emissores (Bitti & Zani, 1997) através do expurgar dos ruídos na emissão e receção de mensagens recorrendo a códigos partilhados culturalmente pelos intervenientes (interlocutores). A comunicação sustenta-se, essencialmente, na existência de comunicantes, de códigos comuns e de um ambiente que não perturbe a transmissão da mensagem. Nesta perspetiva, é perfeitamente indiferente comunicar para uma pessoa, para trinta ou para outro número qualquer, desde que sejam asseguradas as condições para a boa transmissão e descodificação da mensagem transmitida, minimizando a existência de ruído.

A comunicação como *interação social* é um processo social em que os sujeitos interagem, trocando informações, influenciando-se reciprocamente na construção de significados partilhados. A comunicação tem a função de criar e manter o consenso e o entendimento entre os indivíduos, através da interpretação do outro, numa ação de complementaridade e de reconhecimento mútuo, e de permitir que os mesmos indivíduos modifiquem o comportamento da sociedade através de um processo de influência recíproca entre os sujeitos. Na comunicação como interação social, a linguagem é orientada para o entendimento acerca do mundo objetivo, social e subjetivo (Habermas, 2004). A comunicação resulta da interação entre os sujeitos que procuram entre si entender-se. Nesta perspetiva, a qualidade do entendimento depende fortemente do número de interlocutores, pelo que grupos demasiado numerosos prejudicam ou tornam mesmo inviável esse entendimento, acentuando aquilo a que Luhmann (2001) chama de “improbabilidades de comunicação”.

A comunicação no processo de ensino-aprendizagem da Matemática assenta no pressuposto da existência de conhecimentos, de códigos partilhados culturalmente

e de relações de interação entre os sujeitos presentes na sala de aula (professor e alunos). Este processo é, na sua essência, um processo comunicativo (Sierpinska, 1998), registando-se posições divergentes entre os que assumem a comunicação como: (i) um instrumento para a circulação do conhecimento matemático, inscrito num código, ou (ii) um processo social de construção e partilha do conhecimento matemático entre os alunos e o professor.

A adoção da comunicação como *transmissão de informação* ao campo da educação matemática pressupõe a existência de um conhecimento matemático codificado pelo professor, transmissível aos alunos, numa linguagem culturalmente reconhecida, através de constantes minimizações do ruído. Nesta visão da comunicação, valoriza-se a estruturação do conhecimento matemático numa linguagem que é entendida como adequada aos alunos e uma avaliação baseada na reconstrução pelo aluno do conhecimento matemático transmitido pelo professor, anulando o significado do erro e a construção de conhecimentos singulares. A ênfase semiótica na linguagem assume o processo de ensino-aprendizagem da Matemática como um complexo sistema de tradução isomórfica entre representações semióticas de um mesmo conceito matemático (Duval, 2006). A adequação da linguagem matemática, assumida como codificadora do conhecimento matemático, resulta num instrumento comunicativo no ensino-aprendizagem da Matemática, limitando a identificação de discordâncias ou disparidades entre os significados matemáticos atribuídos por parte dos sujeitos intervenientes. A valorização da transmissão de um conhecimento matemático imutável numa linguagem matemática precisa insere-se numa visão da comunicação como transmissão de informação. Nesta visão da comunicação, as questões fundamentais estão quase exclusivamente centradas na linguagem. Por isso, até ao início da década de 90 do século XX, as questões da linguagem predominavam no campo da investigação em educação matemática comparativamente com as da comunicação (Ellerton & Clarkson, 1996; Menezes, 2004).

Na perspetiva da comunicação como *interação social*, o conhecimento matemático emerge de uma prática discursiva que se desenvolve na sala de aula, decorrente de processos coletivos de comunicação e interação entre os indivíduos e a cultura da aula (Menezes, 1997; Sierpinska, 1998), incluindo as interações do professor com os alunos na e acerca da Matemática. Nesta perspetiva, a ênfase do processo de ensino-aprendizagem da Matemática está nas interações sociais entre os alunos e entre estes e o professor e na interpretação e negociação de significados matemáticos

e sociais (Bauersfeld, 1994). O conhecimento matemático dos alunos depende, de entre outros fatores, da natureza das situações de comunicação e interação que ocorrem na sala de aula. A valorização desta perspetiva pressupõe uma educação matemática caracterizada pelas relações dos sujeitos com o mundo, com os outros e consigo próprios, em processos de interação social. Os estudos em educação matemática têm focado as interações entre o professor e os alunos na sala de aula, o conhecimento matemático socialmente construído e a capacidade de alunos e professores entenderem, refletirem e negociarem significados e estabelecerem conexões matemáticas.

A valorização da comunicação na sala de aula de Matemática parece ser partilhada por todos. Realça-se o papel do professor e dos alunos, a adequação da linguagem matemática e a valorização das interações entre os alunos e entre estes e o professor. Como se perspetiva a natureza do conhecimento matemático? Como é que este é construído ou transmitido? Qual é o papel do erro na aprendizagem da Matemática? O professor reconhece a singularidade dos conhecimentos matemáticos dos alunos? As respostas a estas e outras questões podem produzir a diferenciação entre os posicionamentos relativamente à comunicação na aula de Matemática.

A comunicação na sala de aula de Matemática tem sido estudada nas últimas décadas, em Portugal. Num trabalho pioneiro em educação, Emília Pedro (1982) caracteriza o ensino da Matemática através do poder discursivo e do conhecimento do professor. Esta realidade, do início dos anos oitenta, de aulas centradas na oralidade do professor, numa lógica de comunicação como transmissão de informação, com alunos ouvintes ou espetadores, é depois descrita por outros autores (Almiro, 1998; Fonseca, 2000; Menezes, 1995; Ribeiro, 2005; Romão, 1998; Veia 1996), dando contudo, também conta da existência, nas salas de aula dos professores observados, de práticas, não sistemáticas, de valorização do diálogo, do papel ativo dos alunos e das tarefas. A promoção das interações comunicativas e de práticas inquiridoras é igualmente referida em dois estudos com futuros professores do 3.º ciclo do ensino básico e secundário (Almeida, 2007; Tomás Ferreira, 2005), revelando uma perspetiva da comunicação como interação na sala de aula. Investigações com uma matriz colaborativa (Guerreiro, 2011; Martinho, 2007; Menezes, 2004) realçam mudanças significativa das práticas de comunicação e de interação entre os alunos e entre estes e o professor, mostrando um descentrar do conhecimento do professor para focar o conhecimento da comunidade de sala de aula.

As perspetivas teóricas dos professores sobre a comunicação e sobre o seu papel na aprendizagem da Matemática enformam, em grande medida, as suas práticas de ensino na sala de aula. Na próxima secção analisa-se a atividade comunicativa do professor de Matemática, tendo como pano de fundo as orientações teóricas apresentadas para a comunicação na sala de aula de Matemática.

Ações comunicativas de professores de Matemática

A atividade do professor na aula de Matemática tem uma forte componente comunicativa dada a centralidade da comunicação no processo de ensino-aprendizagem (Krummheuer, 2009; Stubbs, 1987). Estas ações comunicativas do professor de Matemática materializam-se no seu discurso, ou seja, o discurso da sala de aula é a linguagem em ação tendo como protagonistas professor e alunos (Sierpinska, 1998). Mas, de que é feita a atividade discursiva do professor, ou seja, que ações comunicativas são estruturais nas práticas do professor no decorrer de uma aula de Matemática? Esta é uma questão à qual diversos autores, tanto portugueses como estrangeiros, têm procurado responder, utilizando para isso abordagens teóricas variadas e centrando-se em aspetos diferentes da atividade do professor na aula (Cengiz, Kline & Grant, 2011; Guerreiro, 2011; Menezes, 1995; Nicol, 1999; Tomás Ferreira, 2005). Estes autores destacam quatro ações discursivas fundamentais realizadas pelo professor de Matemática: (i) explicar; (ii) questionar; (iii) ouvir; e (iv) responder. Em seguida, analisamos em detalhe cada uma. Para apoiar a apresentação e análise destas ações comunicativas do professor de Matemática, apresenta-se um episódio, de uma aula do 4.º ano de uma escola portuguesa em que os alunos interagem com a professora, no momento da discussão coletiva, depois de terem resolvido, em pequeno grupo, a tarefa matemática *Cubos com autocolantes*, relativa a regularidades numéricas (esta tarefa é apresentada com mais detalhe no capítulo 9 deste livro).

Episódio: Cubos com autocolantes

[Os alunos estão à procura de uma regularidade no número de autocolantes que podem colar nas faces de um certo número de cubos, colocados em fila, justapostos por uma face. Os alunos

compreendem que de cada vez que colocam um cubo, isso representa colar mais 4 autocolantes.]

Professora: Porque é que é sempre mais 4?

Aluno: Porque se faz ali sempre vezes 4...

Professora: Mas porquê?

Carolina: 9 vezes 4 dá 36, depois com o 2, 38, 10 vezes 4, 40, junta-se o 2, 42, é o 2 que está a fazer isto...

Professora: O 2 está a fazer isto. Mas porque é que tu dizes ali, vocês têm ali as setinhas, mais quatro, mas porquê mais quatro e não mais outra coisa qualquer?

Carolina: Porque a diferença é de 4...

Professora: Porquê?

Rita: Porque foi assim, eles fizeram 9 vezes 4, é 36 e o 36 faz parte da tabuada do 4, mas eles puseram mais 2, se eles no próximo metessem mais 3 já não seria mais 4... Porque é sempre o mesmo número.

Professora: Mas eles fizeram e fizeram corretamente, colocaram aquilo que lá está corretamente. A minha pergunta é: porque é que neste problema, nesta situação...

Rita: Porque há 4 lados nos cubos.

Professora: Porque há 4 lados dos cubos que... Se vão quê?

Aluno: Multiplicando.

Professora: Que se vão repetindo. Vocês conseguem explicar aquilo que estava a dizer a Rita? Usando se calhar mais cubos é mais fácil. Porque é que há aqui esta diferença. (Caso multimédia, *Cubos com autocolantes*)

Explicar

Ao longo das aulas de Matemática vários são os momentos em que o professor tem necessidade de explicar. Segundo Bishop e Goffree (1986) explicar é estabelecer conexões entre ideias, a que está a ser explicada e outras que se supõem partilhadas pelos intervenientes. Uma explicação parte de uma questão (no sentido amplo de aspeto que deve ser discutido ou examinado), seja ela explícita ou implícita. Leinhardt

(2001) distingue as explicações de acordo com a audiência e a característica da questão que lhe dá origem. Assim, apresenta quatro tipos de explicações, a que chama de comuns, disciplinares, instrucionais e autoexplicações.

As *explicações comuns* surgem como resposta a uma questão direta e geralmente simples. Estas explicações fazem parte da vida quotidiana, não estando associadas a um tipo particular de discurso. As *explicações disciplinares* são aquelas que se prendem diretamente com os conteúdos disciplinares. Assim, respondem a questões não contextualizadas, válidas em qualquer momento ou lugar, revestindo-se de algum formalismo. Estas explicações adotam as convenções da área de discurso em que são produzidas. Além disso, não requerem um processo de interação face-a-face, dirigindo-se muitas vezes a audiências anónimas. Leinhardt (2001) nota que apesar desta dimensão associal, as explicações disciplinares são socialmente reconhecidas por um grupo bem determinado e facilmente identificável. Exemplos destas explicações na sala de aula podem ser encontrados nos manuais escolares ou na formulação de uma definição apresentada pelo professor.

As *explicações instrucionais* são essencialmente orientadas para o ensino, tendo como objetivo comunicar um conteúdo a alguém. Apesar desse objetivo, estas explicações têm um carácter tendencialmente menos formal e mais redundante do que as disciplinares. Geralmente, procedem através de exemplos ou casos particulares, não pretendendo ter um carácter normativo. Segundo Leinhardt (2001), estas explicações visam apoiar a aprendizagem. Para que a explicação seja bem sucedida, é necessário que quem a produz conheça a audiência, suportando a explicação no seu conhecimento prévio. O uso que o professor faz das explicações instrucionais assume um papel relevante no processo comunicativo. A produção de explicações requer do professor um conhecimento profissional sólido que lhe permita a adequação aos conteúdos e ao conhecimento dos alunos, assim como a escolha de exemplos e representações que apoiem a compreensão dos alunos.

As explicações instrucionais podem ser emitidas por uma só pessoa ou podem ser construídas em conjunto, por exemplo, num momento de discussão coletiva. Num contexto de sala de aula, as explicações instrucionais produzidas pelos vários intervenientes formam a essência do discurso coletivo. Leinhardt e Steele (2005) designam estes momentos por *diálogos instrucionais*. Estes autores apontam em particular para a importância do professor convidar os alunos para discutirem, para repensarem as suas asserções e explicarem publicamente diversas formas de pensar. Revela-se assim

importante o papel do professor no incentivo à produção e partilha de explicações por parte dos alunos, em particular nos momentos de discussão coletiva ou em contextos de trabalho de grupo. O episódio *Cubos com autocolantes* evidencia em abundância o desafio repetido que a professora lança aos alunos para explicarem as suas ideias:

Professora: Que se vão repetindo. Vocês conseguem explicar aquilo que estava a dizer a Rita? Usando se calhar mais cubos é mais fácil.

As *autoexplicações*, não constituindo atos de comunicação típicos da sala de aula, assumem um papel não negligenciável neste contexto. Tratam-se de interrogações colocadas e respondidas pela própria pessoa, traduzindo uma procura individual de significado. Podem surgir num momento de reflexão individual em que o próprio procura exemplos, estabelece conexões com outros assuntos e procura conceptualizações parciais. Muitas vezes, na sala de aula, as autoexplicações traduzem-se, por exemplo, em desenhos, esquemas, cálculos parcelares que podem influenciar decisivamente o desenvolvimento da aula, nomeadamente quando o professor, “pensando alto”, aponta possíveis caminhos para a superação de uma determinada dificuldade encontrada pelos alunos ou simplesmente modela processos de raciocínio matemático na resolução de tarefas desafiantes. Para o professor que pretenda uma compreensão mais vasta das condições que determinam a comunicação na sala de aula, poderá ser útil estar atento às autoexplicações produzidas pelos alunos nas suas diversas formas.

Outra área de intervenção do professor a este nível é o planeamento adequado das tarefas a propor, tendo em conta que estas constituem o lugar privilegiado para promover e encorajar a produção de explicações. Por exemplo, Leher e Schauble (2010) apresentam a modelação matemática como uma forma de explicação. Estes autores sustentam que cabe ao professor identificar normas, rotinas e tarefas que ajudem os alunos a construir conexões ao longo da cadeia de modelação, indo das questões para as conclusões e vice-versa, e a construírem critérios úteis para avaliarem o interesse das explicações que para elas encontram.

Questionar

Colocar perguntas é uma das ações comunicativas que tradicionalmente mais se associa ao professor e à escola. Na generalidade das aulas, e em particular nas de

Matemática, o discurso do professor é pautado pela existência de perguntas, que são entendidas como pedidos de informação dirigidos aos alunos, podendo corresponder ou não a enunciados interrogativos (Menezes, Guerreiro, Martinho & Tomás Ferreira, 2013). Contudo, as perguntas que são formuladas pelos professores durante as aulas têm, muitas vezes, um propósito diferente das do quotidiano. No dia a dia, na maioria dos casos, quando uma pessoa endereça uma pergunta a outra, isso corresponde a um pedido genuíno de informação, que a primeira não dispõe. Ora, na escola, os professores também formulam perguntas com outros propósitos, que alguns autores dividem em dois grupos. Perguntas que *visam testar o conhecimento dos alunos*, ou seja, perguntas em que se procura que o aluno forneça informação para que ela seja comparada com a informação que o professor transmitiu – estas perguntas são chamadas de *teste* ou de *verificação* (Ainley, 1988; Mason, 2000; Menezes, 1995). Há um outro grupo de perguntas que são formuladas pelo professor com o propósito de *desenvolver a compreensão e o conhecimento matemático dos alunos*. Nestas, alguns autores apresentam as perguntas de *focalização* (com as quais o professor foca a atenção dos alunos num aspeto por ele escolhido ou origina uma mudança de focalização) e as de *inquirição* (com as quais o professor convida os alunos a expressar as suas compreensões, com o propósito de conhecer o pensamento e as estratégias do aluno) (Mason, 2000). Outros autores (Menezes, 1995) distinguem estas perguntas tomando como critério o tipo de pensamento que é exigido aos alunos, nuns casos convergente e em outros divergente. Normalmente, são as perguntas de inquirição que mais se aproximam da utilização da pergunta com o sentido original deste ato comunicativo, ou seja, a formulação de um pedido genuíno de informação a outro sujeito, incluindo as perguntas sobre os processos de pensamento dos alunos. Os pedidos de justificação, como acontece no episódio anterior (“Porque é que é sempre mais 4?” e “Mas porquê?”), correspondem a perguntas de inquirição. Já a pergunta “Porque há 4 lados dos cubos que... se vão quê?” é de verificação, pois a professora formula a pergunta para testar o entendimento dos alunos a propósito da regularidade algébrica.

Ouvir

Um professor que dê oportunidade aos alunos de participarem no discurso da aula de Matemática coloca-se necessariamente na posição de ter que ouvir (e procurar entender) os seus alunos. Dependendo da natureza das propostas de

trabalho colocadas aos alunos, o professor pode deparar-se com intervenções muito diversificadas. O que faz o professor ao ouvir os alunos? E depois de os ouvir? Ouvir não é simplesmente prestar atenção ao que os alunos dizem. Ouvir é um ato comunicativo de natureza interpretativa, fortemente contextualizado, dado que o significado do que se ouve só pode ser interpretado tendo em conta a situação em que ocorre (Tomás Ferreira, 2005).

Tal como o questionar, o ouvir do professor pode ser realizado com diversos propósitos. Davis (1996, 1997) propõe três modos de ouvir: avaliativo, interpretativo e hermenêutico. Para o autor, embora estes modos de ouvir sejam diferentes, não são mutuamente exclusivos mas complementares. Como as próprias designações sugerem, o ouvir *avaliativo* tem como objetivo avaliar o conhecimento dos alunos, enquanto o interpretativo visa compreender as suas ideias e o seu pensamento. Em geral, os professores com tendência para um ouvir avaliativo não valorizam as contribuições dos alunos para o discurso da aula, monopolizando-o eles mesmos. De facto, na sua perspetiva, a responsabilidade de ouvir é essencialmente dos alunos (Davis, 1996) que, por sua vez, acedem ao pensamento do professor se atentos (Coles, 2001).

Dado que pretendem interpretar o que os alunos dizem, os professores com um ouvir predominantemente *interpretativo* pedem frequentemente aos alunos que desenvolvam as suas ideias e que expliquem e justifiquem o que dizem, aumentando as oportunidades de interação na sala de aula entre todos. Contudo, o ouvir destes professores é condicionado pelas suas próprias perspetivas por, em particular, terem muitas respostas pré-estabelecidas em mente (Davis, 1997); além disso, apesar de pretenderem compreender o pensamento dos alunos, os professores, principalmente os que estão no início da carreira, sentem-se inseguros sobre o que fazer com as ideias e contribuições dos alunos para a construção do discurso da aula (Callahan, 2011).

Com o ouvir *hermenêutico*, o professor pretende conhecer e avaliar o pensamento dos alunos com a finalidade de apoiar o processo de instrução, na tomada de decisões (Davis, 1997), participando na exploração e negociação de significados com os alunos, pensando com eles e não *por* eles (Yackel, Stephan, Rasmussen & Underwood, 2003). Os professores que tendencialmente ouvem os alunos de modo hermenêutico frequentemente envolvem os alunos em discussões matemáticas desafiantes, nas quais os próprios alunos têm igualmente de ser bons ouvintes

(Davis, 1997; Tomás Ferreira, 2005). Deste modo, as ações dos professores visam apoiar e desenvolver o pensamento matemático dos alunos (Callahan, 2011) e as contribuições destes para o discurso da aula influenciam esse mesmo discurso de forma significativa (Davis, 1997).

O modelo de Davis (1997) tem sido usado em vários estudos embora com algumas alterações nas denominações. Por exemplo, Coles (2001) chama ao modo hermenêutico modo *transformativo* e Tomás Ferreira (2005) e Yackel e colegas (2003) usam a termo *globalizante* por entenderem que captam melhor a essência deste modo de ouvir e o impacto que tem no desenrolar do discurso da aula. Callahan (2011) utiliza os termos *ouvir diretivo*, *ouvir observacional* e *ouvir responsivo*, mas o paralelismo em relação ao modelo de Davis (1997) é claro.

É o modo de ouvir globalizante (ou hermenêutico, ou transformativo, ou responsivo) que melhor se adequa às orientações metodológicas atuais para o ensino da Matemática (ME, 2007; NCTM, 2000). Ouvir adequadamente os alunos na sala de aula é determinante para melhorar a sua compreensão matemática, proporcionando contextos favoráveis a uma avaliação das aprendizagens de natureza reguladora e permitindo apoiar e desenvolver as aprendizagens matemáticas dos alunos; além disso, melhora também o próprio conhecimento matemático dos professores, ao mesmo tempo que lhes dá ferramentas essenciais para tomar decisões que vão ao encontro das necessidades dos alunos (Callahan, 2011; Tomás Ferreira, 2005).

Não é, contudo, o modo de ouvir globalizante que é mais frequentemente encontrado nas salas de aula de Matemática (e.g., Davis, 1994; Pirie, 1998; Tomás Ferreira, 2005); na realidade, o ouvir os alunos deste modo não está livre de desafios (Even & Wallach, 2003; Wallach & Even, 2005). Por exemplo, o professor pode *ouvir* coisas que não foram efetivamente ditas pelos alunos ou pode ouvir menos do que os alunos disseram, isto é, o professor pode *sobreouvir* (muitas vezes redizendo o que os alunos disseram mas incorporando mais informação) ou *subouvir* (selecionando, do que ouviu, aquilo que lhe interessa ou convém para continuar a interação), respetivamente. Mas pode também *não ouvir* de todo as contribuições dos alunos, isto é, pode subouvir totalmente. O professor pode ainda ouvir os alunos de modo tendencioso, ou seja, ouve o que os alunos dizem de acordo com as expectativas que tem, por exemplo, acerca dos conhecimentos dos alunos ou das suas capacidades.

Davis (1997) reporta-se à forma predominante de um professor ouvir os seus alunos na sala de aula tendo, por isso, um carácter holístico. Por seu turno, o

framework apresentado por Even e Wallach (Even & Wallach, 2003; Wallach & Even, 2005) tem um carácter mais pontual, menos holístico, permitindo fazer análises do ouvir do professor a um nível mais micro. No entanto, o ouvir dos professores é um ato comunicativo muito complexo e o acesso aos seus modos de ouvir (seja qual for a perspetiva teórica que guie esse acesso) permanece um desafio para os investigadores uma vez que este fenómeno não é diretamente *audível* ou *observável*, ao contrário do questionar dos professores. Assim, e porque também é escassa a investigação em torno do ouvir do professor, este campo continua a ser um terreno fértil de estudo, tanto ao nível das práticas de sala de aula como ao nível de aspetos relacionados com a formação (inicial e contínua) de professores. Que fatores condicionam o ouvir do professor? De que modo o conhecimento didático do professor – nas vertentes do conhecimento matemático, conhecimento do currículo, conhecimento dos alunos e dos seus processos de aprendizagem, conhecimento do processo instrucional (Ponte, 1999) – se associa à forma como ouve os alunos? Numa lógica mais relacionada com a formação, que ações podem promover uma crescente consciência dos modos de ouvir do professor e seus impactos nas aprendizagens matemáticas dos alunos?

Responder

Dar seguimento às intervenções dos alunos corresponde a um tipo de ato comunicativo, desempenhado pelo professor, que é designado por *responder*. Comparativamente com os outros atos comunicativos apresentados anteriormente, este acontece sempre depois e é motivado por uma intervenção prévia de um ou mais alunos. O *ouvir* acontece em simultâneo com a intervenção de um aluno, enquanto o *perguntar* ou *explicar* tanto podem ocorrer antes como depois.

A resposta do professor tanto pode encorajar a dependência dos alunos em relação ao próprio professor como pode favorecer o desenvolvimento matemático dos alunos. O que pode fazer o professor ao responder? Pode, por exemplo, dar uma resposta direta, fornecer uma explicação ou informação adicional, evitar a validação de respostas, confrontar respostas de alunos (Nicol, 1999). As respostas aos alunos dependem não só da forma como os professores os ouvem mas também das perguntas que lhes colocam antes. Por exemplo, a resposta do professor que vem na sequência de uma pergunta de verificação por ele colocada pode exigir apenas um julgamento acerca da correção da intervenção do aluno; contudo, esse julgamento pode ser feito de várias maneiras, através de expressões faciais ou de elogios ou

sanções mais ou menos explícitas. As perguntas de inquirição (ou de focalização) geram intervenções dos alunos que exigem necessariamente um tipo de resposta diferente do professor, sob pena de perderem o seu propósito. Pedir reações a alunos em particular, ou à turma inteira, solicitar a explicação de ideias ou estratégias a terceiros, redirigir questões ou solicitar elaboração das ideias avançadas podem ser respostas adequadas do professor às contribuições dos alunos (Nicol, 1999; Tomás Ferreira, 2005). São vários os desafios que se colocam ao professor, tais como reagir às intervenções dos alunos sem lhes dar demasiada informação (mantendo o nível cognitivo (Stein & Smith, 1998) da tarefa/questão inicial), lidar com respostas incorretas ou incompletas tornando-as objeto de discussão (Nicol, 1999; Tomás Ferreira, 2005).

O estudo sobre as formas de responder do professor às contribuições dos alunos tem sido diminuto, talvez devido à forte ligação que tem com o ouvir e o perguntar do professor. Várias questões permanecem em aberto neste campo, por exemplo: que fatores condicionam o responder do professor? Que processos de tomada de decisão subjazem às respostas do professor às contribuições dos alunos? De que modo o conhecimento didático do professor se relaciona com a forma como responde aos alunos?

Perguntar, explicar, ouvir e responder são ações comunicativas do professor que têm uma natureza fortemente interdependente, apesar de elas, por facilidade de análise, terem sido abordadas separadamente neste texto. É possível conjeturar algumas relações entre elas. Por exemplo, as perguntas de verificação parecem estar normalmente associadas a um modo de ouvir avaliativo e a respostas diretas, envolvendo um julgamento mais ou menos explícito acerca da correção das intervenções dos alunos. As perguntas de inquirição já se parecem associar frequentemente a um modo de ouvir globalizante e a uma diversidade de respostas do professor às contribuições dos alunos, envolvendo sobretudo o redirigir de questões, o aprofundar ou desenvolver de ideias, o explicitar ou partilhar de estratégias; contudo, há também lugar para respostas diretas. As perguntas de focalização podem associar-se a um modo de ouvir interpretativo, predominando uma combinação de respostas do professor que tanto podem manter o nível cognitivo do desafio presente na pergunta ou tarefa inicial como o podem diminuir rapidamente, evidenciando assim algumas tensões entre uma abordagem ao ensino mais diretiva e uma abordagem mais exploratória (Tomás Ferreira, 2005).

No episódio *Cubos com autocolantes*, as intervenções da professora revelam a sua preocupação em ouvir para compreender o raciocínio dos alunos, o que a leva a decidir-se por colocar questões para os esclarecer ou por redizer o que os alunos disseram utilizando uma linguagem mais adequada (embora ancorada nas ideias expressas pelos alunos), focando a atenção da turma e desafiando-a a reexplicar o processo recorrendo a outros casos: (“Que se vão repetindo. Vocês conseguem explicar aquilo que estava a dizer a Rita? Usando se calhar mais cubos é mais fácil”). Há, portanto, uma predominância de perguntas de focalização e inquirição, um modo de ouvir de carácter globalizante e uma forma de responder aos alunos que os ajuda a desenvolver conhecimento matemático, evitando respostas diretas, promovendo a explicação e justificação das ideias dos alunos e deslocando o *locus* de autoridade matemática para o coletivo da turma, em vez de o centrar no professor como fonte de conhecimento, validação e explicação matemática.

Práticas de comunicação na sala de aula de Matemática

Depois de se ter focado as ações comunicativas do professor a um nível micro, analisam-se agora, numa visão macro, as dinâmicas comunicativas da sala de aula de Matemática, em que interagem professor, alunos e saber matemático. Para isso, abordam-se os seguintes aspetos: (i) estilos de comunicação e padrões de interação; (ii) negociação de significados e normas sociomatemáticas; e (iii) discussão coletiva.

Estilos de comunicação e padrões de interação

As práticas de comunicação em sala de aula assumem uma dinâmica coletiva caracterizada por diferentes estilos de comunicação e de interação social entre os alunos e entre estes e o professor. Os diferentes estilos de comunicação têm subjacentes concepções e práticas de ensino e de aprendizagem em Matemática, tendo em vista as finalidades curriculares da Matemática, associadas ao tipo de tarefas matemáticas e aos diversos papéis desempenhados pelo professor e pelos alunos na sala de aula.

Brendefur e Frykholm (2000) propõem quatro estilos de comunicação matemática: (i) *unidirecional*; (ii) *contributiva*; (iii) *reflexiva*; e (iv) *instrutiva*. Nos dois primeiros estilos, a comunicação na aula é fortemente dominada pelo professor, havendo

na contributiva pequenas intervenções dos alunos, normalmente como resposta a perguntas de verificação colocadas pelo professor. A comunicação reflexiva inspira-se no conceito de discurso reflexivo desenvolvido por Cobb, Boufi, McClain e Whitenack (1997), caracterizado por interligar fortemente ação e reflexão, ou seja, aquilo que professor e alunos fazem na aula, a sua atividade matemática, em particular o discurso, “torna-se subseqüentemente um objeto explícito de discussão” (p. 258).

No episódio de sala de aula apresentado anteriormente, a professora evidencia favorecer um estilo de comunicação reflexiva, focando os alunos nas ideias matemáticas destes, pedindo explicações e justificações, em simultâneo com uma comunicação de natureza metacognitiva, conjugando o pensamento dos alunos com o seu próprio pensamento na condução da aula:

Professora: Que se vão repetindo. Vocês conseguem explicar aquilo que estava a dizer a Rita? Usando se calhar mais cubos é mais fácil. Por que é que há aqui esta diferença.

Por último, o estilo de comunicação instrutiva envolve a incorporação das ideias, estratégias e dificuldades dos alunos nas ações instrutivas do professor, originando um refazer constante do discurso da sala de aula (Brendefur & Frykholm, 2000). Nos estilos de comunicação reflexiva e instrutiva, os alunos aprendem a comunicar matematicamente e os professores assumem o propósito de levar os alunos a pensarem, a questionarem e a comunicarem as suas ideias matemáticas. A comunicação transforma-se num processo social em que os participantes interagem permutando informações e, sobretudo, influenciando-se mutuamente buscando entendimentos.

Estes estilos de comunicação revelam-se em “regularidades que são interactivamente constituídas pelo professor e pelos alunos” (Voigt, 1995, p. 178), caracterizando as rotinas de interação social entre o professor e os alunos como padrões de interação, observáveis na sala de aula. A investigação em educação matemática identificou diversos padrões de interação, entre os quais apontamos: *padrão de extração (elicitation pattern)*, *padrão de discussão (discussion pattern)*, *padrão de funil (funnel pattern)* e *padrão de focalização (focussing pattern)* (Bauersfeld, 1994; Voigt, 1985, 1995; Wood, 1994, 1999). Estes padrões refletem a natureza das interações e as características da prática em sala de aula e criam diferentes oportunidades de aprendizagem (Wood, 1994).

Nos dois primeiros padrões, o professor, através do questionamento, procura, a partir de uma dada situação, extrair conhecimento, clarificar ou publicitar as ideias e estratégias matemáticas das respostas dos alunos à comunidade de aprendizagem (coletivo turma), centrando-se nos conhecimentos dos alunos. No padrão de extração, o objetivo é validar o conhecimento do aluno (de uma forma personalizada e assente num tipo de interação em que o professor é questionador); no padrão de discussão, o professor procura publicitar e submeter à validação coletiva o conhecimento dos alunos (numa lógica de interação de rede, em que assume essencialmente o papel de gestor).

No episódio de sala de aula *Cubos com autocolantes*, a professora utiliza, no contexto da discussão coletiva, os padrões de extração e de discussão ao questionar os alunos individualmente a propósito da regularidade numérica:

Professora: Porque é que é sempre mais 4?

(...)

Professora: O 2 está a fazer isto. Mas porque é que tu dizes ali, vocês têm ali as setinhas, mais quatro, mas porquê mais quatro e não mais outra coisa qualquer?

O padrão de discussão, focado no conhecimento dos alunos, tem na base as resoluções dos problemas efetuadas na fase anterior da aula, caracterizando-se por ciclos consecutivos de apresentação, justificação e debate de ideias (Wood, 1999). Em contraponto, os padrões de funil e de focalização resultam de respostas diferentes do professor face a dificuldades evidenciadas pelos alunos, direcionando-os para o seu próprio conhecimento. No padrão de funil, o professor conduz os alunos até à resposta desejada, enquanto no padrão de focalização, após a superação da dificuldade que impedia o avanço no trabalho, o professor incentiva os alunos a continuar autonomamente o seu processo de resolução.

Negociação de significados e normas sociais e sociomatemáticas

A negociação de significados apresenta uma vertente matemática, relacionada com os conceitos e processos matemáticos, e uma vertente acional e comportamental relacionada com a definição de normas sociais e sociomatemáticas na sala de aula. Estas normas sociais e sociomatemáticas codificam, por exemplo, o que é assumido na aula como sendo uma explicação, justificação ou argumentação

matematicamente aceitável. Recorde-se que o que se torna matematicamente normativo numa aula é determinado pelos objetivos presentes, crenças, suposições e hipóteses dos diferentes participantes. De facto, as normas têm um carácter subjetivo e são sempre construídas em interação. Daí que, em salas de aula distintas, o significado de cada norma possa ser diverso, mesmo quando o professor é o mesmo. No episódio que tem vindo a ser analisado, os sucessivos «porquês» da professora ilustram a necessidade de justificação de uma afirmação matemática, originando implicitamente, ou explicitamente, a existência de uma norma social ou sociomatemática associada à justificação dos resultados matemáticos, em resultado de um processo de negociação de significados em sala de aula. Yackel e Cobb (1996) argumentam que, nesse processo, o professor apoia o aprofundamento da experiência matemática dos alunos e o desenvolvimento da sua autonomia intelectual, originando aprendentes cognitivamente ativos, capazes de propor e negociar ideias e estratégias matemáticas. As intervenções de Carolina e de Rita, no episódio *Cubos com autocolantes*, mostram uma tentativa de negociação de significados matemáticos, relativa a uma regularidade numérica:

Carolina: 9 vezes 4 dá 36, depois com o 2, 38, 10 vezes 4, 40, junta-se o 2, 42, é o 2 que está a fazer isto...

(...)

Rita: Porque foi assim, eles fizeram 9 vezes 4, é 36 e o 36 faz parte da tabuada do 4, mas eles puseram mais 2, se eles no próximo metessem mais 3 já não seria mais 4... Porque é sempre o mesmo número.

Esta negociação de significados conjuga igualmente as normas sociais e sociomatemáticas da explicação e da justificação matemáticas, denotando a persistente existência de processos de negociação de significados na sala de aula, especialmente em momentos de significativa interação entre os alunos e entre estes e o professor.

Discussão coletiva

A construção de ambientes comunicativos ricos na sala de aula de Matemática requer que os professores conheçam e compreendam o pensamento dos alunos e sejam capazes de apoiar o desenvolvimento das suas aprendizagens matemáticas.

Numa aula de Matemática de natureza exploratória, que habitualmente tem estas características, após o trabalho autónomo dos alunos em torno de tarefas matemáticas desafiantes, realizado normalmente em pequeno grupo, surge uma fase importante da atividade matemática dos alunos: a discussão coletiva. Esta visão da aula de Matemática, muito diferente da de uma aula centrada na exposição do professor, pressupõe a construção, naturalmente lenta, daquilo a que Sherin (2002) chama de “comunidade matemática de discurso” (na qual a comunicação matemática, através da discussão, assume a natureza de partilha e interação social). Mas, afinal, em que consiste a discussão matemática e como se pode desenvolver?

Para Pirie e Schwarzenberg (1988), uma discussão matemática é uma conversa com propósito, sobre um assunto matemático, na qual os alunos dão contributos genuínos e interagem entre eles e o professor. Isto significa que a discussão matemática pressupõe diversos ingredientes, como sejam a definição de objetivos partilhados pelo grupo, o trabalho genuíno com ideias matemáticas e o envolvimento ativo, e não meramente reativo, por parte dos alunos, no ouvir crítico-reflexivo e na expressão do seu próprio pensamento.

As discussões coletivas na aula de Matemática sustentam a construção conjunta de ideias, através da partilha de pensamentos, do ouvir e responder às ideias dos outros e da negociação de significados (Staples, 2007). Numa discussão, para além de falar, ouvir é uma forma de participação importante, já que permite aos alunos acompanhar raciocínios, alargar estratégias de resolução de problemas, identificar e corrigir erros e ganhar confiança em si mesmos (Hintz, 2011).

A discussão coletiva não ocorre de forma espontânea nas aulas, necessitando de ser preparada (antes e durante a aula, através, por exemplo, da antecipação, da seleção e sequenciação de estratégias de resolução da tarefa proposta) e acompanhada pelo professor. Conseguir que esta discussão seja matematicamente fecunda é um empreendimento particularmente exigente para o professor (Canavarro, Oliveira & Menezes, 2012; Sherin, 2002). Neste sentido, Stein, Engle, Smith e Hughes (2008) propõem um modelo que distingue cinco práticas dos professores tendo em vista a condução de discussões matematicamente ricas. A primeira prática, *antecipar* possíveis estratégias de resolução das tarefas bem como dificuldades prováveis, decorre com maior antecedência, durante a planificação da própria aula. As práticas de *monitorizar* o trabalho dos alunos e *selecionar* e *sequenciar* as resoluções para apresentação e discussão decorrem durante a fase de realização da tarefa pelos alunos, imediatamente

antes da discussão propriamente dita. Finalmente, a prática de estabelecer conexões entre as várias estratégias apresentadas, relacionando conceitos e procedimentos matemáticos e realçando as principais ideias matemáticas presentes, é a que decorre inteiramente durante a fase de discussão coletiva, estando o seu sucesso dependente significativamente das quatro práticas anteriores. Já Canavarro, Oliveira e Menezes (2012) identificam também práticas promotoras da discussão que estão organizadas em torno de objetivos ligados diretamente à promoção da aprendizagem matemática e à gestão da aula. Em relação à promoção da aprendizagem, as ações do professor visam promover a qualidade matemática das apresentações dos alunos, e regular as interações entre os alunos na discussão. As ações do professor que estão na esfera da gestão da aula têm em vista criar um ambiente propício à apresentação e discussão bem como gerir relações entre os alunos.

No episódio *Cubos com autocolantes*, a professora evidencia a dupla preocupação de promover a aprendizagem da Matemática e, igualmente, de gerir a aula no plano comunicativo:

Professora: Porque é que é sempre mais 4?

Aluno: Porque se faz ali sempre vezes 4...

Professora: Mas porquê?

Por isso, a professora procura regular as interações entre os alunos e promover a qualidade matemática das ideias trocadas. Nesse sentido, não se satisfaz com todas as explicações e justificações, colocando questões e dando a palavra a outros colegas. A metáfora da condução da discussão por parte do professor como “orquestração” (Stein et al., 2008) é uma boa imagem para representar os esforços que o professor realiza para construir uma aula em que emergem, simultaneamente, a lógica individual (na intervenção dos alunos) e a lógica coletiva (na negociação de significados partilhados). Nesta metáfora, o professor surge como um maestro interventivo, ou seja, um interlocutor que participa ativamente no discurso da aula, ouvindo os alunos e respondendo, através do perguntar (ato comunicativo muito presente no episódio, com o qual a professora convida os alunos para o discurso da aula), do informar e do explicar. A forma como estes atos comunicativos do professor se combinam durante a discussão coletiva, de modo a resultar um produto matemático aceite pela comunidade de discurso, é ainda pouco refletida no campo da investigação em educação matemática e no campo profissional dos professores.

Considerações finais

Este texto evidencia um conjunto de caminhos promissores ao nível do desenvolvimento da comunicação nas práticas letivas dos professores de Matemática, mas mostra igualmente questões que estão em aberto, que representam desafios à investigação em educação matemática.

Ao nível dos caminhos promissores destaca-se a progressiva clarificação entre dois modelos comunicativos de ensino da Matemática, um que vê a prática letiva do professor como um processo ao serviço da transmissão de conhecimento matemático culturalmente aceite e uma outra visão que concebe essa prática como parte de uma prática mais global da sala de aula, em que os alunos estão fortemente implicados, de natureza interativa, através da qual o conhecimento matemático emerge de processos de negociação de significados. Este segundo modelo, em que a comunicação é concebida como um processo de interação social, implica necessariamente novos papéis para o professor e para os alunos, que estão associados à utilização de tarefas e materiais didáticos com potencial para provocarem a atividade comunicativa e o pensamento matemático dos alunos.

A atividade do professor é fortemente conversacional, ou seja, tem uma natureza discursiva servindo de suporte à comunicação dos alunos. O discurso do professor tem assim uma natureza reguladora do discurso da aula, o que lhe confere características próprias que o distinguem de outros discursos, dado que tem como objetivo sustentar e promover a comunicação matemática e a aprendizagem dos alunos. Numa aula de Matemática com características exploratórias, o discurso do professor caracteriza-se por estar fortemente focado no pensamento dos alunos, sendo o diálogo um facto central. Assim, o professor cria um ambiente comunicativo favorável, apresenta tarefas desafiantes aos alunos, associadas a materiais que têm boas condições de representar conceitos matemáticos, ouve os alunos para os compreender, coloca questões para clarificar, desafiar e avaliar, explica, introduz informação para reflexão dos alunos e favorece a interação, a discussão e a negociação de significados, recorrendo ao uso de linguagem e representações matemáticas. A figura 1 representa as dinâmicas comunicativas da aula de Matemática que temos vindo a apresentar, em que o discurso da aula, atravessado por um conjunto de linhas de força (que se cruzam entre si), inclui o discurso do professor (representado a azul) e o discurso dos alunos (representado a vermelho):

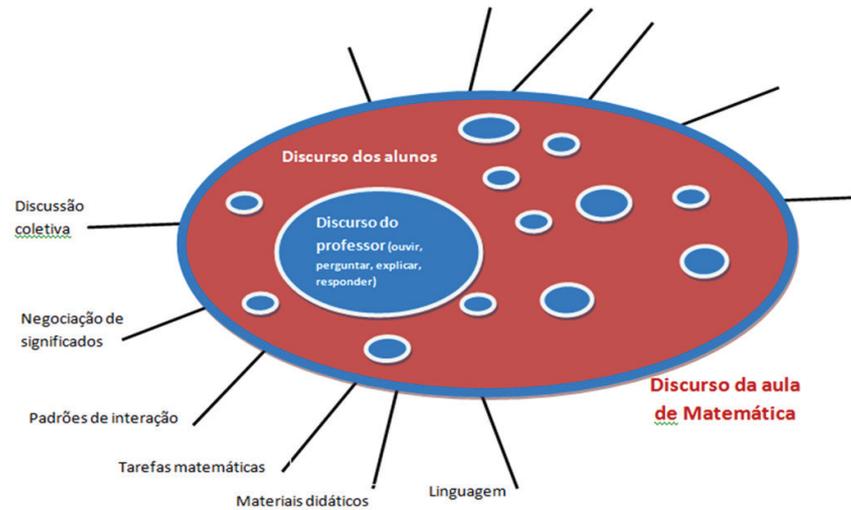


Figura 1. Dinâmicas comunicativas de uma aula de Matemática

A imagem procura ilustrar que numa aula em que a comunicação é concebida como interação social e inerente à aprendizagem da Matemática, o discurso do professor suporta o dos alunos, no sentido em que o professor ouve, pergunta, explica ou responde para favorecer o discurso dos alunos (os elementos azuis representam momentos em que a intervenção discursiva do professor é mais visível e emerge, ao interagir com os alunos, ao explicar, responder ou perguntar). As linhas de força são aspetos fundamentais da comunicação matemática que se gera na aula, através do discurso que é produzido, salientando-se a importância da discussão coletiva, que culmina muitas vezes em processos de negociação de significados matemáticos assentes em padrões de interação entre os alunos e o professor. Toda esta atividade matemática depende de tarefas matemáticas ricas, que desafiem os alunos, de materiais com capacidade para representar ideias matemáticas e potenciar o raciocínio dos alunos sobre essas ideias e da utilização da linguagem (um misto entre linguagem natural e linguagem matemática).

Focando a atenção nos desafios que se colocam neste campo, importa aprofundar a relação entre a comunicação instrutiva (que se traduz no discurso regulador do professor), a comunicação dos alunos e entre esta e a aprendizagem matemática. Nesta relação entre as práticas letivas de comunicação do professor e a aprendizagem dos alunos, há ainda campo para compreender a forma como os momentos de discussão coletiva contribuem para a aprendizagem, tanto dos tópicos matemáticos como das capacidades transversais.

Assumir a comunicação como elemento estruturante do ensino, e portanto das práticas letivas dos professores, e igualmente como fundacional da aprendizagem, obriga a repensar o modo como se ensina Matemática. As práticas de comunicação deixam de ser vistas como um mero instrumento ou técnica do professor para ensinar Matemática, mas como algo indissociável da própria aprendizagem da Matemática, inerente aos processos de construção e partilha do conhecimento matemático.

Referências

- Ainley, J.** (1988). Perceptions of teachers' questioning styles. In A. Borbás (Ed.), *Proceedings of the 12th Annual Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 92 – 99). Veszprém, Hungria.
- Almeida, M.** (2007). *A comunicação na aula de Matemática: Dois estudos de caso com futuros professores* (Tese de Mestrado, Universidade do Minho).
- Almiro, J.** (1998). *O discurso na aula de Matemática e o desenvolvimento profissional do professor* (Tese de Mestrado, Universidade de Lisboa). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Bauersfeld, H.** (1994). Theoretical perspectives on interaction in the mathematics classroom. In R. Biehler, R. Scholz, R. Sträßer, & B. Winkelmann (Eds.), *Didactics of mathematics as a scientific discipline* (pp. 133-146). Dordrecht: Kluwer Academic Pub.
- Bishop, A., & Goffree, F.** (1986). Classroom organization and dynamics. In B. Christiansen, A. Howson & M. Otte (Eds.), *Perspectives on mathematics education* (pp. 309-365). Dordrecht: D. Reidel.
- Bitti, P., & Zani, B.** (1997). *A comunicação como processo social*. Lisboa: Editorial Estampa.
- Brendefur, J., & Frykholm, J.** (2000). Promoting mathematical communication in the classroom: Two preservice teachers' conceptions and practices. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 3, 125-153.
- Callahan, K.** (2011). Listening responsively. *Teaching Children Mathematics*, 18(5), 296-305.
- Canavarro, A. P., Oliveira, H., & Menezes, L.** (2012). Práticas de ensino exploratório da Matemática: O caso de Célia. In L. Santos, A. P. Canavarro, A. M Boavida, H. Oliveira, L. Menezes, & S. Carreira (Ed.s.), *Investigação em educação matemática 2012: Práticas de ensino da matemática* (pp. 255-266). Portalegre: SPIEM.
- Cengiz, N., Kline, K., & Grant, T.** (2011). Extending students' mathematical thinking during whole-group discussions. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 14, 355–37.

- Cobb, P., Boufi, A., McClain, K., & Whitenack, J. (1997).** Reflective discourse and collective reflection. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(3), 258-277.
- Coles, A. (2001).** Listening: A case study of teacher change. In M. van den Heuvel-Panhuizen (Ed.), *Proceedings of the 25th Annual Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 281-288). Utrecht, The Netherlands: Freudenthal Institute.
- Davis, B. (1994).** Mathematics teaching: Moving from telling to listening. *Journal of Curriculum and Supervision*, 9(3), 267-283. Davis, B. (1996). *Teaching mathematics: Toward a sound alternative*. New York: Garland.
- Davis, B. (1997).** Listening for differences: An evolving conception of mathematics teaching. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(3), 355-376.
- Duval, R. (2006).** Quelle sémiotique pour l'analyse de l'activité et des productions mathématiques? *Relime*, Número Especial, 45-81.
- Ellerton, N., & Clarkson, P. (1996).** Language factors in mathematics teaching and learning. In A. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, & C. Laborde (Eds.), *International handbook of mathematics education* (pp. 987-1033). Dordrecht: Kluwer.
- Even, R., & Wallach, T. (2003).** Student assessment: Issues for teacher education. *Proceedings of CERME3 – Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (CD-ROM) (TG 12, pp. 1-9). Bellari: Università di Pisa.
- Fonseca, H. (2000).** *Os processos matemáticos e o discurso em actividades de investigação na sala de aula* (Tese de Mestrado, Universidade de Lisboa). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Guerreiro, A. (2011).** *Comunicação no ensino-aprendizagem da matemática: Práticas no 1.º ciclo do ensino básico* (Tese de Doutoramento, Universidade de Lisboa).
- Habermas, J. (2004).** *Pensamento pós-metafísico*. Coimbra: Almedina.
- Hintz, A. B. (2011).** Understanding students' experiences as listeners during mathematical discussions. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 11(3), 261-272.
- Krummheuer, G. (2009):** Inscription, narration and diagrammatically based argumentation. The narrative accounting practices in the primary school mathematics lesson. In W. M. Roth (Ed.), *Mathematical representation at the interface of the body and culture* (pp. 219-243). Charlotte, NC: Information Age.
- Leher, R., & Schauble, L. (2010).** What kind of explanation is a model? In M. K. Stein & L. Kucan (eds.), *Instructional explanations in the disciplines* (pp. 9-22). New York, NY: Springer.
- Leinhardt, G. (2001).** Instructional explanations: A commonplace for teaching and location for contrast. In V. Richardson (Ed.), *Handbook of research on teaching* (4th edition, pp. 333-357). Washington DC, USA: American Educational Research Association.

- Leinhardt, G., & Steele, M. D.** (2005). Seeing the complexity of standing to the side: Instructional dialogues. *Cognition and Instruction*, 23(1), 87-163.
- Luhmann, N.** (2001). *A improbabilidade da comunicação*. Lisboa: Veja.
- Martinho, M. H.** (2007). *A comunicação na sala de aula de Matemática: Um projeto colaborativo com três professoras do ensino básico* (Tese de Doutoramento, Universidade de Lisboa).
- Mason, J.** (2000). Asking mathematical questions mathematically. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 31(1), 97-111.
- Menezes, L.** (1995). *Concepções e práticas de professores de Matemática: Contributos para o estudo da pergunta* (Tese de Mestrado, Universidade de Lisboa). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Menezes, L.** (1997). O discurso do professor de Matemática. *Educação e Matemática*, 44, 5-11.
- Menezes, L.** (2004). *Investigar para ensinar Matemática: Contributos de um projeto de investigação colaborativa para o desenvolvimento profissional de professores* (Tese de Doutoramento, Universidade de Lisboa). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Menezes, L., Guerreiro, A., Martinho, M. H., & Tomás Ferreira, R.** (2013.) Essay on the role of teachers' questioning in inquiry-based mathematics teaching. *SISYPHUS Journal of Education*, 1(3), 44-75.
- Ministério da Educação ME** (2007). *Programa de matemática do ensino básico*. Lisboa: DGIDC
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)** (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Nicol, C.** (1999). Learning to teach mathematics: Questioning, listening, and responding. *Educational Studies in Mathematics*, 37(1), 45-66.
- Pedro, E.** (1982). *O discurso na aula: Uma análise sociolinguística da prática escolar em Portugal*. Lisboa: Edições Rolim.
- Pirie, S.** (1998). Crossing the gulf between thought and symbol: Language as (slip-pery) stepping-stones. In H. Steinbring, M. G. B. Bussi, & A. Sierpiska (Eds.), *Language and communication in the mathematics classroom* (pp. 7-29). Reston, VA: NCTM.
- Pirie, S., & Schwarzenberger, L.** (1988). Mathematical discussion and mathematical understanding. *Educational Studies in Mathematics*, 19, 459-470
- Ponte, J. P.** (1999). Didáticas específicas e construção do conhecimento profissional. In *Investigar e formar em educação: Actas do IV congresso da SPCE* (pp. 59-72). Porto: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.

- Ribeiro, D.** (2005). *A resolução de problemas e o desenvolvimento da comunicação matemática: Um estudo no 4.º ano de escolaridade* (Tese de Mestrado, Universidade de Lisboa)
- Romão, M.** (1998). *O papel da comunicação na aprendizagem da Matemática: Um estudo realizado com quatro professores no contexto das aulas de apoio de Matemática* (Tese de Mestrado, Universidade do Algarve).
- Sherin, M.** (2002). A balancing act: Developing a discourse community in a mathematics classroom. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 5(3), 205-233.
- Sierpinska, A.** (1998). Three epistemologies, three views of classroom communication: Constructivism, sociocultural approaches, interactionism. In H. Steinbring, M. G. B. Bussi, & A. Sierpinska (Eds.), *Language and communication in the mathematics classroom* (pp. 30-62). Reston, VA: NCTM.
- Staples, M.** (2007). Supporting whole-class collaborative inquiry in a secondary mathematics classroom. *Cognition and Instruction*, 25(2), 161–217
- Stein, M. K., & Smith, M. S.** (1998). Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 3(4), 268-275
- Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., & Hughes, E. K.** (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers moving beyond show and tell. *Mathematical Thinking and Learning*, 10, 313 – 340.
- Stubbs, M.** (1987). *Linguagem, escolas e aulas*. Lisboa: Livros Horizonte.
- Tomás Ferreira, R. A.** (2005). *Portuguese mathematics student teachers' evolving teaching modes: A modified teacher development experiment* (Tese de Doutoramento, Illinois State University, EUA).
- Veia, L.** (1996) *A resolução de problemas, o raciocínio e a comunicação no primeiro ciclo do ensino básico: Três estudos de caso* (Tese de Mestrado, Universidade de Lisboa). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Voigt, J.** (1985). Patterns and routines in classroom interaction. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 6(1), 69-118.
- Voigt, J.** (1995). Thematic patterns of interaction and sociomathematical norms. In P. Cobb, & H. Bauersfeld (Eds.), *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures* (pp. 163-201). New Jersey, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Pub.
- Wallach, T., & Even, R.** (2005). Hearing students: The complexity of understanding what they are saying, showing and doing. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 8, 393-417.
- Wood, T.** (1994). Patterns of interaction and the culture of mathematics classrooms. In S. Lerman (Ed.), *Cultural perspectives on the mathematics classroom* (pp.149-168). Dordrecht: Kluwer Academic Pub.

- Wood, T.** (1999). Creating a context for argument in mathematics class. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(2), 171-191.
- Yackel, E., & Cobb, P.** (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(4), 458-477.
- Yackel, E., Stephan, M., Rasmussen, C., & Underwood, D.** (2003). Didactizing: Continuing the work of Leen Streefland. *Educational Studies in Mathematics*, 54, 101-126.