CMUP
CENTRO DE MATEMÁTICA da UNIVERSIDADE DO PORTO
BOLSAS DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA

O **CMUP** (Centro de Matemática da Universidade do Porto) aceita candidaturas para a atribuição de quatro **Bolsas de Iniciação Científica** (em Matemática), a alunos das licenciaturas da Universidade do Porto, ao abrigo do programa de financiamento plurianual 2003-2005 (no âmbito dos programas operacionais Ciência Tecnologia e Inovação (POCTI) e Sociedade da Informação (POSI), comparticipados por Fundos da UE e por Fundos Nacionais do NCES.)

As bolsas será atribuídas nos seguintes **"Projecto Iniciação à Investigação"** (uma bolsa por projecto):

• Projecto: "Teoria de Singularidades".

Responsável: Isabel S. Labouriau (Dep. Matemática Aplicada, FCUP).

Área: Sistemas dinâmicos, geometria e topologia

Descrição: Para saber como é o gráfico de uma função diferenciável $f : \mathbf{R} \longrightarrow \mathbf{R}$ em torno de um ponto crítico x_0, calculamos derivadas sucessivas de f no ponto x_0. Sabemos então que x_0 será ou um máximo local, ou um mínimo local, ou um ponto de inflexão, dependendo da derivada $f^{(n)}(x_0)$ de menor ordem n para a qual $f^{(n)}(x_0) \neq 0$. O gráfico de f perto deste ponto será como o do seu polinómio de Taylor $p_n(x)$ de f, de grau n. Mais precisamente, sabemos que é possível mudar coordenadas em torno de x_0 de maneira a transformar f no polinómio p_n.

A ideia da teoria de singularidades é fazer o mesmo para aplicações diferenciáveis $f : \mathbf{R}^m \longrightarrow \mathbf{R}^p$, respondendo a perguntas como: a partir de que grau o polinómio de Taylor de f contem toda a informação geométrica sobre f? Quais são os tipos de geometria possíveis? Como se altera a geometria quando fazemos pequenas modificações em f?

A resposta a perguntas como estas é dada definindo uma estrutura algébrica no conjunto das funções diferenciáveis e encontrando relações entre a álgebra e a geometria. A teoria tem aplicação no estudo de modelos matemáticos em assuntos tão diversos como o funcionamento de lentes, a estabilidade de navios, a geração de sinais no sistema nervoso, a formação de padrões em cristais líquidos.

OBJECTIVOS:
Estudar a teoria de singularidades e desenvolver uma aplicação a um modelo, começando pelo livro:
Poston, T. e Stewart, I.N. *Catastrophe theory and its applications*, Editora Pitman, 1978

Pré-requisitos: Conhecimentos de análise (cálculo diferencial em várias variáveis reais) e álgebra (estruturas algébricas, grupos, anéis, ideais). Pode também ser útil algum conhecimento de equações diferenciais do ponto de vista qualitativo.

plinasprioritárias: Análise Real I, II e III ou suas equivalentes.
Também são desejáveis: Álgebra I e II, Análise Aplicada (se for um aluno do ramo de Matemática Aplicada em 2004/05).

• Projecto: "Geometria Diferencial".

Responsável: José Basto Gonçalves (Dep. Matemática Aplicada, FCUP).

Área: geometria e topologia

Descrição: A primeira fase será o estudo da curvatura normal e indicatriz de Dupin, linhas de curvatura e linhas assimpóticas para superfícies em $\mathbf{R}^3$; esta parte é material tradicional, possivelmente já tratado em Geometria Diferencial. O principal objectivo é o estudo análogo para superfícies em $\mathbf{R}^4$ no artigo: J. A. Little, On singularities of submanifolds of higher dimensional Euclidean space. Ann. Mat. Pura Appl. (ser. 4A) 83 (1969), 261-335.

Idealmente, haverá lugar a alguma originalidade no estudo de casos particulares relevantes de superfícies em $\mathbf{R}^4$.

Pré-requisitos: Conhecimento de Análise (cálculo diferencial em várias variáveis, curvas e superfícies parametrizadas, equações diferenciais), Álgebra Linear (formas quadráticas) e Geometria Diferencial (curvatura).

plinasprioritárias: Análise Real I, II e III ou equivalentes, Equações Diferenciais, Geometria Diferencial.

- **Projecto**: **"Nova abordagem educativa como forma de apoio a alunos com baixo aproveitamento escolar em matemática em meios socialmente desfavorecidos"**.

Responsável: Rosa Antónia Tomás Ferreira (Dep. Matemática Pura, FCUP).

Área: História e Didáctica da Matemática.

Descrição: A investigação que apresento tem como objectivo principal a avaliação do impacto do funcionamento de um Centro de "Explicações" Gratuitas (CEG), inserido no meio escolar, na aprendizagem da matemática e nas atitudes face a esta disciplina de alunos do 7^o ano de escolaridade que manifestem fraco aproveitamento. O funcionamento de um CEG no âmbito da realização do projecto de investigação que aqui apresento será assegurado por um grupo de alunos estagiários da Licenciatura em Matemática ? Ramo Educacional. O papel dos futuros bolseiros que colaborem neste projecto de investigação incluirá a coordenação e supervisão do CEG, monitorizando as actividades desenvolvidas com os alunos e a evolução destes nos aspectos atrás referidos.

A criação de um CEG vem, de certa forma, oferecer aos alunos mais carenciados socialmente e com fraco aproveitamento em matemática escolar uma oportunidade para, em pequenos grupos (cerca de 6 alunos por grupo), beneficiar de apoio relativamente à aprendizagem da matemática. Embora as escolas actualmente ofereçam aulas de apoio pedagógico acrescido (APA) aos alunos de baixo rendimento escolar, a adesão dos mesmos a este tipo de oferta é compulsiva (imposta pelos respectivos professores, normalmente quando os alunos revelam baixo aproveitamento nos primeiros testes escritos) e as aulas de APA têm revelado, em geral, poucos resultados significativos em termos de melhoria da aprendizagem dos alunos.

A divulgação de um CEG junto dos encarregados de educação (através dos directores de turma) e o funcionamento do mesmo mediante inscrição prévia dos alunos, semanal e totalmente voluntária, e num horário que lhes é conveniente (situação que, muitas vezes, não ocorre com as aulas de APA) têm grande potencial para: 1) atrair os alunos para o estudo da disciplina de matemática, especialmente aqueles com mais dificuldades de aprendizagem; 2) melhorar o desempenho dos alunos na disciplina; 3) criar hábitos de trabalho e de estudo nos alunos; e 4) estimular o gosto e entusiasmo dos alunos pela matemática.

Pré-requisitos: O pré-requisito essencial para a colaboração neste projecto de iniciação investigação é a aprovação dos futuros bolseiros, à data do início do estudo, previsto para final de Outubro de 2005, com classificação elevada, nas disciplinas de Preparação para a Actividade Docente e Metodologia da Matemática I e II, leccionadas pela Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, preferencialmente no ano lectivo 2004-05.

plinasprioritárias: Preparação para a Actividade Docente e Metodologia da Matemática I e II.

- **Projecto**: **"Comportamento caótico em Dinâmica Discreta"**.

Responsável: Maria João Costa (Dep. Matemática Aplicada, FCUP).

Área: Sistemas dinâmicos

Descrição: Em 1981, M. Jakobson prova pela primeira vez que a família quadrática, $f_a = 1 - ax^2$, apresenta persistência (medida positiva de Lebesgue no espaço de parâmetros) de comportamento caótico. Em 1985, M. Benedicks e L. Carleson, em [BC85], apresentam uma nova prova para o resultado de Jakobson. Em 1991 eles estendem o resultado para a família de difeomorfismos $H_{a,b}(x,y) = (1 - ax^2 + y, bx)$ (família quadrática ou de Hénon). Desde então, e até aos nossos dias, várias generalizações e adaptações das técnicas usadas por M. Benedicks e L. Carleson têm sido feitas para provar a existência e persistência de atractores não uniformemente hiperbólicos, a várias outras situações dinâmicas.

OBJECTIVOS: Estudar alguns dos sistemas que exibem comportamento caótico de forma persistente, assim como alguns dos mecanismos de bifurcação (bifurcação sela-nó, bifurcações homoclínicas, entre outros) que podem conduzir a esse tipo de comportamento. Entender as linhas gerais da demonstração da existência de comportamento caótico para um conjunto de medida positiva de parâmetros na família quadrática $f_a = 1 - ax^2$. Estudar de forma pormenorizada, as técnicas combinatórias e probabilísticas usadas na prova deste resultado. Dependendo da evolução dos trabalhos, espera-se poder abordar e reescrever de uma forma mais clara, esses argumentos combinatórios e probabilísticos

Pré-requisitos: Três primeiros anos da Licenciatura em Matemática. Conhecimentos de medida e integração de Lebesgue. Noções básicas no estudo de sistemas dinâmicos discretos unidimensionais e interesse pela área (frequência das disciplinas de Dinâmica ou de Sistemas Dinâmicos).

Bibliografia:

∗ M. Benedicks and L. Carleson, *On iterations of* $1 - ax^2$ *on* $(-1, 1)$, Annals of Math., **122**, 1–25, 1985.

∗ R. L. Devaney, *An Introduction to Chaotic Dynamical Systems*, Addison-Wesley, 1987.

∗ F. J. Moreira, *Chaotic dynamics of quadratic maps*, Informes de Matemática, Série A 092/93, 1993. http://www.fc.up.pt/fsmoreir/downloads/BC.pdf

∗ J. Palis, F. Takens,*Hyperboloicity and sensitive chaotic dynamics at homoclinic bifurcations*, Cambridge University Press, 1993.

∗ C. Robinson, *Dynamical Systems. Stability, Symbolic Dynamics, and Chaos*, Crc Press, 1999 (2nd edition).

Para mais informações sobre este concurso, consultar **cmup.fc.up.pt** (Bolsas). A atribuição e o funcionamento das bolsas será feita de acordo com o "Regulamento de Bolsas de Investigação Científica" também disponível no mesmo site.

Os candidatos devem enviar uma carta ao CMUP onde indiquem qual o projecto a que se candidatam, Curriculum Vitae, duas cartas de recomendação e todas as informações relevantes para a execução do projecto pretendido.

Calendarização do processo: *Período de submissão das candidaturas*: 3 a 15 de Outubro de 2005 ; *Seriação e publicação dos resultados:* 17 de Outubro de 2005; *Prazo de concessão da bolsa:* 15 de Outubro a 31 de Dezembro de 2005.

As candidaturas devem ser enviadas por correio azul para: CMUP; Bolsas de Investigação; Dep. Matemática Pura; Rua do Campo Alegre, 687; 4169-007 Porto

Porto, 1 de Outubro de 2005

João Nuno Tavares
(Coordenador Científico do CMUP)

UNIÃO EUROPEIA - Fundos Estruturais, POCTI - Programa Operacional "Ciência, Tecnologia, Inovação", Governo da República Portuguesa e POSI - Programa Operacional "Sociedade da Informação".