

BOLSAS DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA

Ano lectivo 2004/2005

O CMUP (Centro de Matemática da Universidade do Porto) aceita candidaturas para a atribuição de **Bolsas de Iniciação Científica (em Matemática)**, a estudantes das licenciaturas da Universidade do Porto, para o presente ano lectivo de 2004/2005, ao abrigo do programa de financiamento plurianual 2003-2005 (UNIÃO EUROPEIA - Fundos Estruturais, POCTI - Programa Operacional “Ciência, Tecnologia, Inovação”, Governo da República Portuguesa e POSI - Programa Operacional “Sociedade da Informação”).

As bolsas serão atribuídas nos seguintes “**Projectos de Iniciação Científica**”:

Projecto 1 “Análise hyper-finita em sistemas dinâmicos”.

Orientador: Fernando Jorge Moreira (Dep. Matemática Pura, FCUP)

Área: Sistemas Dinâmicos

Descrição Em 1966, Abraham Robinson com a publicação do seu livro “Non-standard Analysis” recupera a noção de infinitésimo informalmente introduzida nos trabalhos de Newton e Leibnitz e, com o auxílio dos métodos da Lógica Moderna e da Teoria de Modelos, cria os fundamentos do que hoje é conhecida por *Análise não standard*

Com a criação dos infinitésimos surge também a construção de um conjunto ${}^*\mathbb{N}$, que mantendo as mesmas propriedades formais do conjunto \mathbb{N} , contém também entidades maiores que qualquer número natural - entidades estas, designadas por *hyper-inteiros*. A partir da escolha de um hyper-inteiro N temos que $\mathbb{N} \subset \{1, 2, \dots, N\}$ e, qualquer sucessão $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ tem uma extensão (x_1, x_2, \dots, x_N) - extensão *hyper-finita*.

Neste projecto, pretende-se obter invariantes assintóticos para um sistema dinâmico, que resultem do estudo elementar da combinatória dos conjuntos hyper-finitos, que formalmente apresentam propriedades análogas às dos conjuntos finitos.

Pré-requisitos: Dois primeiros anos da Licenciatura em Matemática ou equivalente. Conhecimento de medida e integração segundo Lebesgue.

Objectivos: Estudo dos rudimentos da análise não-standard, em particular das noções induzidas pelos conjuntos hyper-finitos.

Obtenção de invariantes assintóticos em sistemas dinâmicos. Classificação de medidas invariantes como medidas de contagem em conjuntos hyper-finitos.

Projecto 2 “Aritmética dos Inteiros de Hurwitz”.

Orientador: António Machiavelo (Dep. Matemática Pura, FCUP).

Área: Teoria dos Números (com algumas intersecções com Álgebra e com Geometria)

Descrição: Os quaterniões ($= \mathbb{R}^4$ com uma certa estrutura de anel de divisão, ou seja um “corpo não-comutativo”, contém um subanel muito interessante de um ponto de vista aritmético, formado pelos quaterniões de coordenadas inteiras (elementos de \mathbb{Z}) e pelos quaterniões cujas coordenadas são elementos de $1/2 + \mathbb{Z}$, conhecidos por *inteiros de Hurwitz*. Este

anel tem algumas propriedades em comum com os inteiros usuais, tais como a existência de primos, máximos divisores comuns (agora em dois “sabores”: esquerdo e direito) e algoritmo de Euclides. Porém a não comutatividade acarreta algumas surpresas, e apesar de haver um análogo da unicidade da decomposição em factores primos, esta é um pouco mais subtil do que a de \mathbb{Z} .

Objectivos: Os objectivos deste projecto são:

- estudar várias destas propriedades e correspondentes subtilezas, um pouco esquecidas em artigos da primeira metade do século XX (em especial o artigo de Gordon Pall abaixo mencionado);
- investigar algumas relações entre a aritmética dos quatérniões e a sua geometria (por exemplo, que relação há entre as factorizações de dois inteiros de Hurwitz que são ortogonais e têm a mesma norma?);
- investigar possíveis aplicações da aritmética dos quatérniões a algoritmos de factorização de inteiros.

Pré-requisitos: Primeiro ano de uma licenciatura em Matemática + Álgebra I.

• **Bibliografia:**

- John H. Conway; Derek A. Smith, *On Quaternions and Octonions*, A K Peters, 2003.
- Gordon Pall, *On the Arithmetic of Quaternions*, Transactions of the A. M. S. **47** (1940), 487–500.

Projecto 3 “O plano quântico e as suas simetrias”.

Orientadores: Christian Lomp, Paula Carvalho Lomp e Samuel Lopes (Dep. Matemática Pura, FCUP).

Área: Álgebra

Descrição: Com o projecto pretende-se oferecer uma introdução à teoria de grupos quânticos seguindo o livro de C.Kassel. Estudar-se-á por exemplo a deformação a um parâmetro da álgebra de funções no grupo $SL(2)$ e a sua acção no plano quântico. Os tópicos principais são: Álgebras Noetherianas e extensões de Ore (álgebras de operadores diferenciais), Álgebras de Hopf, Deformação da álgebra de funções no grupo $SL(2)$, plano quântico.

Pré-requisitos: Primeiro e segundo anos da licenciatura em Matemática.

Objectivos: Introdução à teoria de grupos quânticos

Bibliografia: C.Kassel, “Quantum Groups”, Graduate Texts in Mathematics 155, Springer 1995

Projecto 4 “Factor de crescimento na eliminação de Gauss e pivotagem parcial”.

Orientadores: Filomena Dias d’Almeida (FEUP) e Paulo Beleza Vasconcelos (FEP).

Área: Análise Numérica

Plano de Trabalho: O método de eliminação de Gauss é a base de muitos códigos de resolução de sistemas de equações lineares. Como é sabido é um método estável quando usado com pivotagem total. Sendo este esquema de pivotagem muito cara em tempo de execução é usada em geral a pivotagem parcial que garante a estabilidade “quase sempre”. Há porém exemplos considerados patológicos em que tal não acontece e em que o factor de crescimento dos elementos da matriz dos coeficientes de uma fase para outra do método de eliminação se torna muito elevado. Por outro lado para matrizes esparsas usam-se esquemas de pivotagem ainda mais relaxados que garantam a manutenção de um certo nível de esparsidade eventualmente à custa da estabilidade. O bolseiro deve fazer testes exaustivos com exemplos aleatórios e em grande número, quer em Matlab, quer em Fortran, para fazer um estudo estatístico do factor de crescimento e relacioná-lo com o aparecimento de pivots muito pequenos, para os tipos de pivotagem referidos. Este trabalho permite ao bolseiro contactar com alguns dos métodos numéricos mais recentes.

Para mais informações sobre estes “Projectos de Iniciação Científica”, consultar www.fc.up.pt/cmup (Bolsas). A atribuição e o funcionamento das bolsas será feita de acordo com o “Regulamento de Bolsas de Investigação Científica” também disponível no mesmo site.

Os candidatos devem enviar uma carta ao CMUP onde indiquem uma lista ordenada das preferências pelos projectos acima indicados, para além de um pequeno curriculum que inclua curso e ano frequentado, a lista das disciplinas feitas com a respectiva classificação, prémios, etc.

Calendarização do processo:

- Período de submissão das candidaturas : 24 de Setembro a 20 de Outubro de 2004.
- Seriação e publicação dos resultados: 20 a 25 de Outubro de 2004.
- Prazo de concessão das bolsas: 1 de Novembro a 31 de Dezembro de 2004, com eventual prorrogação até 30 de Abril de 2005.

As candidaturas devem ser enviadas por correio azul para:

**CMUP
Bolsas de Investigação
Dep. Matemática Pura
Rua do Campo Alegre, 687
4169-007 Porto**

Porto, 24 de Setembro de 2004

João Nuno Tavares
(Coordenador Científico do CMUP)



UNIÃO EUROPEIA - Fundos Estruturais, POCTI - Programa Operacional “Ciência, Tecnologia, Inovação”, Governo da República Portuguesa e POSI - Programa Operacional “Sociedade da Informação”.