

Título: Las semillas del caos. Aplicación al estudio de sistemas acoplados.

La dinámica caótica es generalmente entendida como la presencia de atractores extraños. Estos atractores se encuentran asociados a ciclos homoclínicos de puntos de equilibrio u órbitas periódicas. En cualquiera de los casos estas configuraciones globales son difíciles de detectar sin la ayuda del análisis numérico. Mediante cálculos directos sólo se puede aspirar a determinar las singularidades de un campo. Sin embargo, la presencia de cierto tipo de singularidad no hiperbólica en una familia de campos vectoriales y ciertas condiciones genéricas es condición suficiente para poder concluir la existencia de atractores extraños. Este hecho permite comprender, por ejemplo, la complejidad dinámica que resulta al acoplar de modo muy simple (lineal) campos de comportamiento muy sencillo.

Aplicaremos esta idea al estudio de la familia

$$\begin{aligned}x' &= A - (B + 1)x + x^2y \\y' &= Bx - x^2y\end{aligned}$$

de campos polinomiales de grado tres en el plano, denominados Brussalators, que aparece con frecuencia en la literatura como modelos de ciertas reacciones químicas. Su dinámica está caracterizada por la presencia de un punto de equilibrio que experimenta una bifurcación de Hopf cuando  $B = A^2 + 1$ , generando un atractor periódico. Al acoplar dos de estas familias por un mecanismo tan simple como la difusión lineal surge una gran riqueza dinámica: atractores extraños, ruptura de la sincronización y episodios de sincronización-desincronización mediante intervalos de dinámica caótica. Toda esta complejidad se puede ir explicando en el entorno de las singularidades de los campos.

Los argumentos en la exposición sirven para el estudio de la complejidad que surge por acoplamiento de otros campos en aplicaciones y podrían ayudar a establecer algún tipo de jerarquía en los mecanismos que sigue la complicación dinámica cuando aumenta el número de procesos que interrelacionan entre sí.