

Decomposição quadrática e decomposição cúbica de uma sucessão de polinómios mónicos

Teresa A. Mesquita

Escola Superior de Tecnologia e Gestão do Instituto Superior Politécnico de Viana do Castelo

Resumo

A uma qualquer sucessão de polinómios mónicos $\{W_n\}_{n \geq 0}$ podemos associar duas sucessões $\{P_n\}_{n \geq 0}$ e $\{R_n\}_{n \geq 0}$ de polinómios mónicos, tais que

$$\begin{aligned}W_{2n}(x) &= P_n(x^2) + xa_{n-1}(x^2) \\W_{2n+1}(x) &= b_n(x^2) + xR_n(x^2)\end{aligned}$$

onde os graus de $a_n(x)$ e $b_n(x)$ não superam n e $a_{-1}(x) = 0$. Trata-se de uma decomposição quadrática de $\{W_n\}_{n \geq 0}$.

Maroni, em 1990, estabelece diversos resultados, nomeadamente condições necessárias e suficientes sobre a ortogonalidade das sucessões $\{P_n\}_{n \geq 0}$ e $\{R_n\}_{n \geq 0}$ quando a sucessão dada $\{W_n\}_{n \geq 0}$ é ortogonal.

A decomposição quadrática geral surge apenas em 2004, no trabalho de doutoramento de Ângela Macedo, realizado na Faculdade de Ciências da Universidade do Porto. Neste, a autora generaliza alguns dos resultados de Maroni.

Nesta apresentação, procurar-se-á abordar os resultados obtidos nos trabalhos mencionados, assim como perspetivar o estudo da decomposição cúbica de uma sucessão de polinómios mónicos, fazendo ainda uma breve síntese dos pontuais resultados publicados neste âmbito.

Abstract

To a monic polynomial sequence $\{W_n\}_{n \geq 0}$, we can always associate two monic polynomial sequences $\{P_n\}_{n \geq 0}$ and $\{R_n\}_{n \geq 0}$, satisfying

$$\begin{aligned}W_{2n}(x) &= P_n(x^2) + xa_{n-1}(x^2) \\W_{2n+1}(x) &= b_n(x^2) + xR_n(x^2)\end{aligned}$$

where the degrees of $a_n(x)$ and $b_n(x)$ don't exceed n and $a_{-1}(x) = 0$. This is called a quadratic decomposition of $\{W_n\}_{n \geq 0}$.

In 1990, Pascal Maroni has established several results, namely necessary and sufficient conditions so that $\{P_n\}_{n \geq 0}$ and $\{R_n\}_{n \geq 0}$ are orthogonal, supposing $\{W_n\}_{n \geq 0}$ orthogonal.

The general quadratic decomposition appears only in 2004, in the PhD thesis of Ângela Macedo, at Science Faculty of Porto University. In this work, the authoress generalizes some of Maroni results.

This presentation will approach the results above mentioned, and simultaneously will try to put in perspective the study of a monic polynomial sequence cubic decomposition. It will be also shown a brief review of particular published results concerning this last subject.