

Connection coefficients for general orthogonal polynomials

Pascal MARONI

Centre National de la Recherche Scientifique
Laboratoire Jacques-Louis Lions
Université Pierre Marie Curie, Paris, France
email:maroni@ann.jussieu.fr

Zélia da ROCHA

Centro de Matemática da Universidade do Porto
Departamento de Matemática Aplicada
Faculdade de Ciências, Universidade do Porto, Portugal
email:mrديوh@fc.up.pt

June 2006

Abstract

The connection coefficients allow to express one sequence of polynomials in terms of other one. Given any two general orthogonal polynomial sequences through of their recurrence coefficients, we present a general recursive method to compute the connection coefficients, using formal manipulation techniques in the Mathematica language. This method can be applied when one of the sequences is the canonical one. In several cases the observation of the formal results allows to establish a conjecture for the direct formula of those coefficients. After, those conjectures are proved by induction. This method allow to obtain the connection coefficients in the cases of symmetrical, almost symmetrical, classical and semi-classical orthogonal polynomials.

Os coeficientes de conexão permitem exprimir uma sequência de polinómios em termos de outra. Dadas duas quaisquer sequências de polinómios ortogonais por intermédio dos seus coeficientes de recorrência, apresentamos um método recursivo genérico para calcular os coeficientes de conexão, usando técnicas de manipulação formal na linguagem *Mathematica*. Este método pode ser aplicado, quando uma das sequências é a canónica. Em vários casos, a observação dos resultados formais, permite-nos estabelecer uma conjectura para a formula directa desses coeficientes. Essas conjecturas são, posteriormente, demonstradas por indução. Este método permite obter os coeficientes de conexão nos casos de polinómios ortogonais simétricos, quase simétricos, clássicos e semi-clássicos.