

Mini-Curso em Sistemas de Células Acopladas ¹

Manuela Aguiar, Fernando Antoneli, Ana Dias e Eliana Pinho

Parte 1: Ciclos Heteroclínicos Robustos

Uma questão central no estudo de sistemas de células acopladas é a avaliação do impacto da estrutura da rede na dinâmica dos sistemas. Neste trabalho estudamos dinâmica (global) recorrente, em sistemas de células acopladas, forçada pela arquitectura da rede. Em particular, pretende-se encontrar condições por forma a que a estrutura da rede suporte a existência de ciclos heteroclínicos robustos. A existência de tais ciclos está sempre associada à presença de subespaços invariantes pelo fluxo. Em sistemas de células acopladas tais espaços invariantes são forçados pela estrutura da rede dos acoplamentos.

Nesta primeira parte do curso pretendemos:

- (i) Apresentar o formalismo que permita a discussão da existência de subespaços invariantes e equivalências entre tipos de redes aparentemente diferentes. Ana Dias irá introduzir o formalismo de redes de células acopladas usado e a dinâmica dos sistemas associados. Serão discutidas propriedades gerais de redes de células acopladas incluindo equivalência, subespaços de sincronia e inflações.
- (ii) Descrever a dinâmica global que pode ocorrer em redes ‘pequenas’ e desenvolver uma estratégia coerente para analisar e construir redes ‘grandes’ em termos dos módulos pequenos onde a dinâmica é bem entendida. Manuela Aguiar irá discutir condições suficientes para a existência de ciclos heteroclínicos robustos em redes de duas, três e quatro células. Os resultados são depois estendidos a redes com um qualquer número de células. Este é um trabalho em conjunto com Peter Ashwin (Exeter) e Michael Field (Houston).

Parte 2: Padrões de Sincronia em Reticulados

A teoria de sistemas de células acopladas desenvolvida por Stewart, Golubitsky, Pivato e Török providencia um formalismo geral e abrangente que inclui várias classes de sistemas dinâmicos, entre elas, os sistemas dinâmicos em reticulados. Neste tipo de sistema, a formação de padrões espaciais é o fenómeno mais curioso e fascinante. O formalismo de células acopladas permite-nos introduzir e estudar uma noção de robustez para padrões espaciais em sistemas dinâmicos em reticulados e traduzi-la numa regra de coloração balanceada das células.

Na segunda parte do curso iremos:

- (iii) Introduzir as noções de sistema dinâmico num reticulado e de padrões espaciais robustos no contexto da teoria de sistemas de células acopladas e apresentar alguns resultados de classificação de padrões espaciais. Fernando Antoneli apresentará alguns resultados sobre a classificação de padrões espaciais robustos, sua finitude e periodicidade. Este é um trabalho em conjunto com Martin Golubitsky (Houston) e Yunjiao Wang (Manchester).
- (iv) Apresentar condições necessárias e suficientes para a existência de um padrão de sincronia espacialmente periódico num reticulado, dada uma regra de coloração balanceada. As condições referem-se à decomposição de redes com acoplamentos bidireccionais e com um número finito de células, coloridas segundo a mesma regra. Eliana Pinho irá descrever a relação entre os reticulados e essas redes finitas usando, para além da teoria geral de redes de células acopladas, ferramentas algébricas e teoria de grafos.

¹Iniciativa no âmbito do Projecto Redes de Células Acopladas com referência POCI/MAT/60154/2004 e financiado pela FCT.